



34 OLIMPIADA MEXICANA DE MATEMÁTICAS
CONCURSO ESTATAL DE AGUASCALIENTES

Examen semifinal

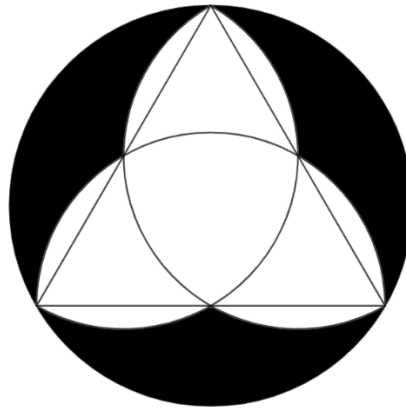


INSTRUCCIONES GENERALES:

- a) No se permite el uso de calculadoras ni de aparatos electrónicos.
- b) Deberás contestar la prueba exclusivamente en hojas blancas. En ninguna de las hojas que subas deberás escribir tu nombre.
- c) Utiliza una hoja (o tantas como sean necesarias) para resolver cada problema y anota en la parte superior izquierda de ella (o ellas) el número del problema que estás contestando, no necesitas volver a escribir el enunciado.
- d) No utilices una misma hoja para resolver dos o más problemas distintos.
- e) Anota en la parte superior derecha de todas las hojas el número de lista que se te asignó.
- f) Si tienes alguna duda sobre los enunciados de los problemas podrás hacer preguntas, solamente por whatsapp durante la primera hora del examen, enviándolas a alguno de los asesores, solamente por escrito y sólo sobre los enunciados.
- g) En caso de que algún problema sea irresoluble (no tenga solución) deberás dar una justificación de ello.
- h) Para asignar calificación, se tomará muy en cuenta la manera en la que abordan y desarrollan los problemas, por ello es muy importante que envíes todas las hojas que consideres necesarias (incluso si no logras terminar la solución).
- i) No está permitido el uso de calculadoras o tablas, aunque sí puedes emplear instrumentos geométricos (escuadras, regla y compás). Tampoco está permitido consultar material digital o impreso.
- j) Dispones de 4 horas y media para resolver el examen.

PROBLEMAS

1. Demuestra que ninguno de los números 2093, 209093, 20909093, 2090909093, etc, es primo.
2. En un triángulo equilátero con lados de 33 cm se trazan 3 semicircunferencias sobre sus lados como se muestra en la figura. Calcule el área sombreada.



3. Se tienen a, b, c enteros positivos
 - a. Demuestra que, para cualquier valor de b par, hay una cantidad impar de ecuaciones de la forma $ax^2 + bx + c$ que tienen una única solución real.
 - b. Demuestra que el producto de las soluciones del inciso anterior es -1 .
4. Después de ser engañado por Tezcatlipoca, Ozzy acabó en el año 1822. Por suerte encontró varios pasajes que le permiten viajar en el tiempo, estos tienen ciertas reglas:
 - o Cada pasaje une tres fechas separadas por 33 años. Por ejemplo existe el pasaje que une los años 1822, 1855 y 1888, este le permite viajar de 1822 a 1855, de 1822 a 1888 y de 1855 a 1888; también le permite viajar en sentido contrario (de 1855 a 1822, de 1888 a 1822 y de 1888 a 1855).
 - o Una vez que usa cierto pasaje para ir del año x al año y , no puede usar el mismo pasaje para ir del año x al año y , ni para ir del año y al año x .

- Al momento de usar un pasaje, todos los pasajes que existían antes que él, son destruidos. Es decir, si usa un pasaje que contenga como fecha mayor el año x , los pasajes que tengan todos sus años menores a x no podrán ser utilizados.
- La esperanza de vida de Ozzy no excede los 33 años y no quiere vivir en años anteriores al 2053 por miedo a crear alguna paradoja.

Si Ozzy quiere seguir vivo y viajar al año 2053 para evitar el apocalipsis y no quiere viajar antes de 1822 ni después del 2053, ¿de cuántas formas lo puede hacer?

NOTA: Si Ozzy usa pasajes diferentes para ir del año x al y , se consideran formas distintas.