Examen Eliminatorio en línea para la ONMAPS y OMMEB en Aguascalientes 2020

24 y 25 de enero de 2020

Dirigido para alumnos desde cuarto de primaria a tercero de secundaria

---

Problema 1. Luis va a guardar en estuches sus lápices, 10 en cada estuche. Si tiene 179 lápices de un color y 121 de otro, ¿cuántos estuches necesita al menos para guardarlos, si no quiere juntar lápices de distinto color en el mismo estuche?

Respuesta: 31

Solución: Como no quiere juntar lápices de distinto color en el mismo estuche, debe de guardar los de un color primero y luego los del otro color. Es claro que para guardar una cantidad de lápices del mismo color, es necesario mínimo utilizar la cantidad de lápices entre 10, redondeada hacia arriba, ya que por cada 10 se utiliza un estuche y si existe un sobrante, éste deberá de guardarse en un estuche. Por lo tanto la respuesta es $redondeo\ hacia\ arriba\ (\frac{179}{10} = 17.9) + redondeo\ hacia\ arriba\ (\frac{121}{10} = 12.1) = 18 + 13 = 31$.

Problema 2. ¿Cuánto vale la siguiente expresión?

$$2020 - 2019 + 2018 - 2017 + \ ... \ + 4 - 3 + 2 - 1$$

Respuesta: 1010

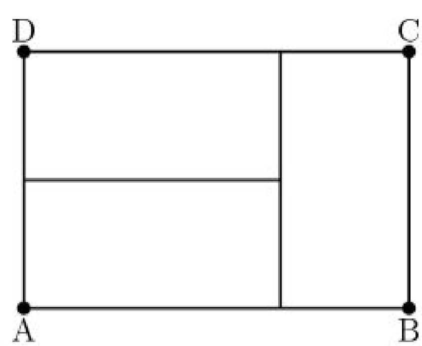
Solución: Primero, notemos que los puntos suspensivos quieren decir que se sigue sumando y restando alternadamente los números desde el 2020 hasta llegar al 1.

Observamos que podemos poner paréntesis en la expresión sin afectar su resultado, ya que se ponen después de una operación de suma:

$$(2020 - 2019) + (2018 - 2017) + ... - 3) + (2 - 1)$$

Notemos que el resultado de la operación en cada paréntesis es 1 y en total hay $2020 \div 2 = 1010$ grupos de paréntesis (uno por cada pareja). Por lo que entonces la suma total es $1010 \times 1 = 1010$..

Problema 3. Tres rectángulos idénticos se ponen juntos para formar el rectángulo $ABCD$, como se muestra en la figura debajo. Dado que la longitud del lado más corto de cada rectángulo es 5 metros, ¿Cuál es el área en metros cuadrados del rectángulo $ABCD$?



Respuesta: 150

Solución: Observamos que el lado grande de cada rectángulo equivale al ancho del rectángulo $ABCD$, así también, es igual al doble del lado más pequeño de cada rectángulo. Así pues, el lado grande del rectángulo mide 10 metros. Finalmente, los lados del rectángulo $ABCD$ miden 15 y 10 metros. Por lo tanto el área del rectángulo $ABCD$ es 150 metros cuadrados.

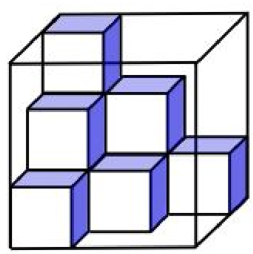
Problema 4. En la siguiente imagen, la letra B representa un dígito. ¿Cuánto vale la letra B?

$$\begin{array}{r} \mathrm{B}2 \\ \times \quad 7\mathrm{B} \\ \hline 6396 \end{array}$$

Respuesta: 8

Solución: Notemos que en cualquier multiplicación, el último dígito es el único que afecta el último dígito del resultado, por lo cual la respuesta debe de ser 3 u 8 (pues son los únicos dígitos que mutiplicados por 2 terminan en 6). Si $\mathrm{B} = 3$, entonces el producto sería 32×73, que claramente es muy pequeño, por lo tanto $\mathrm{B} = 8$, ya que $82 \times 78 = 6396$.

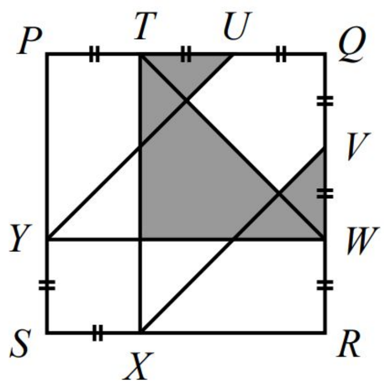
Problema 5. Sandra tiene varios cubos de plástico que acomodó en una caja. ¿Cuántos cubos más necesita para llenar la caja?



Respuesta: 17

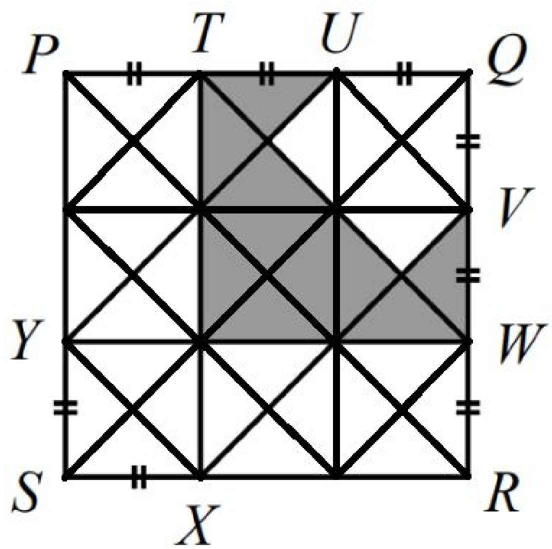
Solución: La caja se llena por completo con $3 \times 3 \times 3 = 27$ cubos de plástico. Notamos que ya están puestos 10, ya que en la parte inferior hay $1 + 2 + 3 = 6$ cubos, en el segundo piso $1 + 2 = 3$ y en el tercero sólo un cubo. Entonces, la cantidad de cubos que falta para llenarlo es $27 - 10 = 17$.

Problema 6. Los puntos T, U, V, W, X, Y están sobre los lados del cuadrado $PQRS$, como se muestra en la figura. Si $PT = TU = UQ = QV = VW = WR = XS = SY$. Si el lado del cuadrado $PQRS$ mide 24 centímetros, ¿cuántos centímetros cuadrados mide el área sombreada?



Respuesta: 160

Solución: Debido a los segmentos que son iguales, podemos dividir la figura en triángulos de la misma área ($\frac{1}{36}$ del área total), exactamente iguales. Como el área total del cuadrado es $24 \times 24 = 576$, entonces el área de cada triangulito es $\frac{576}{36} = 16$. El área sombreada cubre 10 triangulitos, por lo cual el área sombreada es de 160.



Problema 7. Rogelio y Elías le dieron de propina a su mesero 50 pesos cada quien. Rogelio le dio el equivalente al 4% de su cuenta, mientras que Elías le dio el equivalente al 10% de la suya. ¿Cuál es el suma total de ambas cuentas?

Respuesta: 1750

Solución: Considerando las proporciones que indica el problema (o bien, usando una regla de tres), deducimos que la cuenta de Rogelio fue de $50 \times 100 \div 4 = 1250$ y la de Elías fue $50 \times 100 \div 10 = 500$. Así que el total es $1250 + 500 = 1750$. La respuesta es 1750.

Problema 8. Si las siguientes operaciones son ciertas, ¿Qué número está escondido detrás del cuadrado?

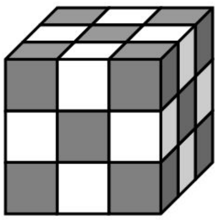
$$\triangle + 123 = 432$$

$$\square + \triangle = 2020$$

Respuesta: 1711

Solución: De la primera igualdad obtenemos que el triángulo debe valer un número que sumado a 123, resulte 432, por lo tanto $\triangle$ debe valer $432 - 123 = 309$. Usando el mismo razonamiento, el cuadrado debe de ser $2020 - 309 = 1711$ para poder sumar 2020 en la segunda igualdad.

Problema 9. Elías hace el siguiente cubo con cubitos grises y blancos, de tal forma que no hay dos cubitos del mismo color pegados entre sí. ¿Cuántos cubitos grises utilizó?



Respuesta: 14

Solución: Observamos que hay un cubito gris más que cubitos blancos, como son 27 cubitos en total, deben de ser 14 grises. Otra forma de verlo es por "rebanadas" del cubo, si observamos la rebanada frontal y trasera del cubo tienen ambas 5 cubitos grises y 4 blancos, la rebanada de enmedio, debe tener 4 cubitos grises y 5 blancos (porque es igual a las otras pero con los colores invertidos). Esto da un total de 14 cubitos grises.

Problema 10. ¿Cuánto vale el número cubierto por la flor?

$$\bigcirc + \triangle = 3$$
$$\triangle + \triangle = 4$$
$$\triangle + \square = 5$$
$$\bigcirc + \square = ❀$$

Respuesta: 4

Solución: Sumando la primera y tercera igualdades tenemos que $\circ + \triangle + \triangle + \square = 3 + 5 = 8$, pero $\triangle + \triangle = 4$, entonces $\circ + \square = 4$

Problema 11. La multiplicación

$$\left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 2}\right)\left(\frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 3}\right)\left(\frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 4}\right)\cdots\left(\frac{97 \cdot 99}{98 \cdot 98}\right)\left(\frac{98 \cdot 100}{99 \cdot 99}\right)$$

puede escribirse como una fracción reducida. ¿Cuánto vale la suma del numerador y el denominador de esa fracción reducida?

Respuesta: 149

Solución: Podemos reescribir la expresión como

$$\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{3\cdot 2}{2\cdot 3}\right)\left(\frac{4\cdot 3}{3\cdot 4}\right)\cdots\left(\frac{99\cdot 98}{98\cdot 99}\right)\cdot\frac{100}{99}$$

En cada paréntesis se cancelan ambos términos. Así pues, dentro de cada paréntesis el resultado será 1. Por lo tanto el resultado final es $\frac{1}{2}\times\frac{100}{99}=\frac{100}{198}$, que se reduce a $\frac{50}{99}$, de donde la respuesta es $50+99=149$.

Problema 12. ¿De cuántas maneras se pueden colocar los 3 canguros idénticos dentro de tres cuadritos distintos, de manera que no haya dos canguros en cuadrados que compartan lado? Considera que los canguros son indistinguibles, es decir no importa el orden entre ellos.

Respuesta: 10

Solución: Pueden hacerse en orden el conteo de las posibilidades, considerando todas las opciones de acomodo del canguro que quede más a la izquierda. Si el canguro más a la izquierda queda en la primera posición, entonces el siguiente canguro deberá estar en algún lugar a partir de la tercera posición. Si está en la tercera, cuarta o quinta posición, el último canguro tendrá la posibilidad de estar en 3, 2 y 1 posiciones respectivamente.

				X	X	X

3 posibilidades

					X	X

2 posibilidades

						X

1 posibilidad

Si el canguro más a la izquierda queda en la segunda posición, entonces el siguiente canguro deberá estar en algún lugar a partir de la cuarta posición. Si está en la cuarta o quinta posición, el último canguro tendrá 2 y 1 posibilidades para acomodarse.

					X	X

2 posibilidades

						X

1 posibilidad

Finalmente, si el canguro más a la izquierda está en la tercera posición, se fuerzan las posiciones de los demás canguros a la quinta y séptima posición, dando una posibilidad solamente. Se observa que el canguro más a la izquierda no puede estar en la cuarta posición o más a la derecha.

						X

1 posibilidad

Por lo tanto la respuesta es $(3+2+1)+(2+1)+(1)=6+3+1=10$.