Final Estatal de la 33ª Olimpiada Mexicana de Matemáticas en Aguascalientes
Edificio 17, Universidad Autónoma de Aguascalientes
27 y 28 de julio de 2019
Día 1

INSTRUCCIONES GENERALES:

a) Deberás contestar la prueba exclusivamente en las hojas blancas que se te han proporcionado. Todas y cada una de las hojas que entregues deben tener tu número de lista en la parte superior izquierda y el número del problema en la parte superior derecha.

b) Utiliza una hoja (o tantas como sean necesarias) para resolver cada problema y anota en la parte superior derecha de ella (o de ellas) el número del problema que estás contestando y en la parte superior izquierda de ella (o de ellas) tu número de lista, no necesitas volver a escribir el enunciado.

c) No utilices una misma hoja para resolver dos o más problemas distintos.

d) Si tienes alguna duda sobre los enunciados de los problemas, podrás hacer preguntas, **solamente por escrito**, en las tarjetas que se te dan para ello, y **sólo sobre los enunciados**. En dichas tarjetas deberás anotar tu nombre. La respuesta se te dará también por escrito, o si el jurado lo considera, el profesor encargado del grupo contestará oralmente para que todos los alumnos del salón la escuchen.

e) En caso de que algún problema sea irresoluble (no tenga solución) deberás dar una justificación de ello. Cada problema vale 7 puntos, siendo la puntuación máxima del examen 21 puntos por cada día de examen, en total 42 puntos.

f) Para asignar calificación, se tomará muy en cuenta la manera en la que abordas y desarrollas los problemas, así como la justificación de tu procedimiento, por ello es muy importante que entregues todas las hojas que consideres necesarias (incluso si no logras terminar la solución), y que justifiques tu procedimiento. Aunque no llegues a la respuesta, tu procedimiento o ideas pueden darte puntos parciales.

g) Está permitido el uso de instrumentos geométricos (escuadras, regla y compás). Preferimos el uso de fracciones, raíces, o simplemente π, en lugar de decimales (salvo que así se solicite). No está permitido el uso de calculadoras ni de dispositivos electrónicos.

h) Si tienes alguna duda, necesitas hojas o necesitas algo más, levanta la mano para que se acerque el aplicador de tu salón. Te recomendamos ir al baño antes de que comience el examen, aunque sí podrás salir al baño durante el examen.

i) Dispones de 4 horas y media para resolver el examen. El Comité Organizador te desea mucha suerte.

j) Los resultados se darán a conocer el día Lunes 29 de julio de 2019 en la página de Facebook Ommags Aguascalientes, y en la página web www.ommags.com

Final Estatal, Día 1
Aguascalientes, Ags. a 27 de julio de 2019

Problema 1
Demostrar que no existe ningún triángulo rectángulo de lados con longitud entera, que tenga como longitudes de sus lados a tres números primos.

Problema 2
Sea ABC un triángulo, y sean N, M y P los puntos medios de BC, AC y AB, respectivamente. Sea G el punto donde concurren sus tres medianas (es decir, su gravicentro). Se trazan los circuncírculos de los triángulos ACG y GNP. Sean S y T, los puntos (diferentes de G) donde la recta BG interseca a los círculos ACG y GNP, respectivamente.

a) Encuentra el valor de $\frac{PT}{SC}$
b) Sea U la intersección de TP con AS y V la intersección de TN con SC, respectivamente. Sea W la intersección de UV con ST. Obtener el valor de $\frac{TW}{GW}$.

Nota: *Una mediana de un triángulo es una línea que va desde uno de sus vértices hasta el punto medio del lado opuesto a ese vértice. El gravicentro es el punto donde concurren las tres medianas de un triángulo. El circuncírculo de un triángulo es el círculo que pasa por los tres vértices del triángulo.*

Problema 3
Elías juega el siguiente juego: Al principio escribe en el pizarrón los números 14, 168, 693 y 343. En cada paso, Elías escoge dos números de los que estén escritos en el pizarrón y escribe en el pizarrón su diferencia (el mayor menos el menor), su suma o su multiplicación (sólo una de las tres). En cada nuevo paso, tendrá en el pizarrón los números escritos en el paso anterior y el nuevo número que escribió. ¿Será posible que Elías escriba el número 2019 en algún momento del juego?

Final Estatal de la 33ª Olimpiada Mexicana de Matemáticas en Aguascalientes
Edificio 17, Universidad Autónoma de Aguascalientes
27 y 28 de julio de 2019
Día 2

INSTRUCCIONES GENERALES:

e) Deberás contestar la prueba exclusivamente en las hojas blancas que se te han proporcionado. Todas y cada una de las hojas que entregues deben tener tu número de lista en la parte superior izquierda y el número del problema en la parte superior derecha.

f) Utiliza una hoja (o tantas como sean necesarias) para resolver cada problema y anota en la parte superior derecha de ella (o de ellas) el número del problema que estás contestando y en la parte superior izquierda de ella (o de ellas) tu número de lista, no necesitas volver a escribir el enunciado.

g) No utilices una misma hoja para resolver dos o más problemas distintos.

h) Si tienes alguna duda sobre los enunciados de los problemas, podrás hacer preguntas, **solamente por escrito**, en las tarjetas que se te dan para ello, y **sólo sobre los enunciados**. En dichas tarjetas deberás anotar tu nombre. La respuesta se te dará también por escrito, o si el jurado lo considera, el profesor encargado del grupo contestará oralmente para que todos los alumnos del salón la escuchen.

e) En caso de que algún problema sea irresoluble (no tenga solución) deberás dar una justificación de ello. Cada problema vale 7 puntos, siendo la puntuación máxima del examen 21 puntos por cada día de examen, en total 42 puntos.

f) Para asignar calificación, se tomará muy en cuenta la manera en la que abordas y desarrollas los problemas, así como la justificación de tu procedimiento, por ello es muy importante que entregues todas las hojas que consideres necesarias (incluso si no logras terminar la solución), y que justifiques tu procedimiento. Aunque no llegues a la respuesta, tu procedimiento o ideas pueden darte puntos parciales.

g) Está permitido el uso de instrumentos geométricos (escuadras, regla y compás). Preferimos el uso de fracciones, raíces, o simplemente π, en lugar de decimales (salvo que así se solicite). No está permitido el uso de calculadoras ni de dispositivos electrónicos.

h) Si tienes alguna duda, necesitas hojas o necesitas algo más, levanta la mano para que se acerque el aplicador de tu salón. Te recomendamos ir al baño antes de que comience el examen, aunque sí podrás salir al baño durante el examen.

i) Dispones de 4 horas y media para resolver el examen. El Comité Organizador te desea mucha suerte.

j) Los resultados se darán a conocer el día Lunes 29 de julio de 2019 en la página de Facebook Ommags Aguascalientes, y en la página web www.ommags.com

Olimpiada Mexicana de MATEMÁTICAS Aguascalientes

33 ommags

Olimpiada Mexicana de Matemáticas en Aguascalientes 2019

Final Estatal, Día 2
Aguascalientes, Ags. a 28 de julio de 2019

Problema 4
Con diámetro AC se traza un semicírculo. Se escoge un punto D sobre el semicírculo de tal forma que si B es el pie de la altura desde D hacia AC, entonces el área del triángulo ABD es igual a x^2 y el área del triángulo BDC es igual a $4x^2$. ¿Cuánto vale el área del semicírculo?

Problema 5
Erik está jugando con 2019 cubos de madera idénticos e indistinguibles. Los quiere acomodar en 33 torres de cubos, cada torre formada por varios cubos puestos uno sobre otro de forma vertical. Lo quiere hacer de tal forma que la n-ésima torre de cubos (de izquierda a derecha) tiene al menos n cubos, es decir, la primera torre tiene al menos un cubo, la segunda torre tiene al menos dos cubos, la tercera torre tiene al menos tres cubos, y así sucesivamente hasta la trigésimo tercera (33ª) torre tiene al menos 33 cubos. ¿De cuántas formas puede quedar el acomodo de cubos cumpliendo esta condición?

Problema 6
Se tiene una sucesión de números $\{a_n\}_{n\geq 1}$ de tal forma que el primer número es $a_1 = 1$ y para n mayor o igual que 2, $a_n = (a_{n-1}+1)^2 - (a_{n-1})^2$.
Por ejemplo, $a_2 = (a_1+1)^2 - a_1{}^2 = (1+1)^2 - 1^2 = 2^2 - 1^2 = 3$

a) ¿Cuánto suman los números $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{2019}$?
b) Demuestre que el número $a_1 + a_2 + a_3 + ... + a_{2019}$ **no** es un número primo.