

## Semifinal

### Set: 1

#### **Problema 1**

Se construye una serie de círculos, inicialmente se tiene un círculo de radio 1. Se considera el siguiente círculo con radio igual al doble del anterior, y así sucesivamente. Redondeado al entero más próximo, ¿Cuánto mide la suma de las áreas de los primeros cinco círculos?. Considere  $\pi = 3.14$

#### **Problema 2**

Considera la ecuación  $ax^2 + bx + c = 0$ , donde  $b = 1$  y  $c = -15$ . También se sabe que las soluciones de la ecuación son:  $x_1 = -\frac{5}{3}$  y  $x_2 = \frac{3}{2}$ . ¿Cuál es el valor de  $a$ ?

#### **Problema 3**

Encuentra el valor de la siguiente expresión

$$\sqrt[n]{\sqrt[n]{\sqrt[n]{\dots \sqrt[n]{\sqrt[n]{\sqrt[n]{3^{n+3}}}}}}}}$$

$n$  radicales

## Semifinal

### Set: 2

#### **Problema 1**

Óscar tiene una bolsa de plumas de colores, en la bolsa hay 3 plumas de color verde, 8 plumas de color rojo, 7 plumas de color azul y 4 plumas de color negro. Óscar te pide que saques varias plumas de tal forma que entre ellas haya una negra y una verde, sin ver al interior de la bolsa (las plumas se sacan de la bolsa de una por una). ¿Cuántas plumas en el peor de los casos tendrás que sacar para tener las plumas que Oscar te pidió?

#### **Problema 2**

Si  $\sqrt{m^2 + 735n^2} + \sqrt{m^2 - 54n^2} = 3n^2$ , ¿cuánto vale la siguiente expresión?

$$R = \sqrt{m^2 + 735n^2} - \sqrt{m^2 - 54n^2}$$

#### **Problema 3**

Si  $x + \frac{1}{x} = 30$ , ¿cuánto vale  $x^2 + \frac{1}{x^2}$ ?



## Semifinal

### Set: 3

#### **Problema 1**

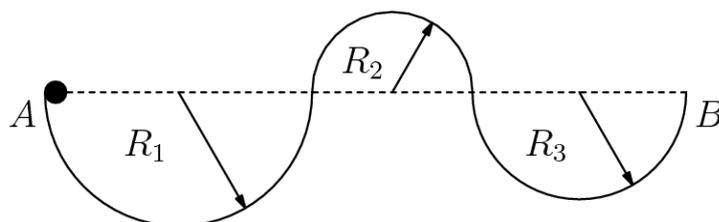
Sea  $x$  la solución a la siguiente ecuación:

$$x^{7^x} = \frac{1}{7^{\sqrt[7]{7}}}$$

¿Cuánto vale  $\frac{32}{x}$  ?

#### **Problema 2**

Una bola de diámetro 4 pulgadas comienza en el punto  $A$  a rodar por la pista que se muestra. La pista está compuesta por 3 arcos de medio círculo cuyos radios son  $R_1 = 100$  pulgadas,  $R_2 = 60$  pulgadas, y  $R_3 = 80$  pulgadas, respectivamente. La bola siempre permanece en contacto con la pista. ¿Cuál es la distancia que viaja el centro de la bola al deslizarse por la pista desde el punto  $A$  hasta el punto  $B$ , redondeada al entero más cercano? Considere  $\pi = 3.14$



#### **Problema 3**

Si  $x^3 + y^3 = 20$  y  $xy = 5$ , calcula  $M = (x + y)^3 - 15(x + y) + 15$

## **Muerte súbita**

### **Problema 1**

Toño camina a una velocidad de 5 metros por segundo sobre una acera en línea recta. En su camino, se encuentran contenedores de basura cada 200 metros. Un camión de basura viajando a 10 metros por segundo, moviéndose en la misma dirección que Toño se detiene por 30 segundos en cada contenedor. Cuando Toño pasa un contenedor, se da cuenta que el camión de basura está justo está arrancando desde la posición del contenedor siguiente. ¿Cuántas veces Toño y el camión estarán en el mismo lugar al mismo tiempo?

### **Problema 2**

En una granja TOMATE hay 2 clases de gallinas que ponen huevos, de la siguiente forma: las gallinas de la clase A ponen 3 huevos un día y 2 huevos al día siguiente, las gallinas de la clase B, ponen 5 huevos un día y 4 huevos al día siguiente y al tercer día se repite el ciclo. La granja TOMATE tiene 2018 gallinas de la clase A y 1024 gallinas de la clase B. ¿Cuántos huevos se tendrán al cabo de 1 año (considera que el año tiene 365 días y que el primer día las gallinas de la clase A ponen 3 huevos y las gallinas de la clase B ponen 5 huevos)?

### **Problema 3**

Se construye una serie de cuadrados de la siguiente manera: el primer cuadrado tiene lados de longitud 1, luego sobre la diagonal de este cuadrado se construye un nuevo cuadrado (es decir el lado del nuevo cuadrado tiene la misma longitud que la diagonal del cuadrado anterior) y así sucesivamente. ¿Cuánto mide el lado del quinto cuadrado?

## Final - Tercer lugar

### Set: 1

#### **Problema 1**

¿Cuánto vale la siguiente expresión?

$$12345^3 - 12344 \times 12345 \times 12346$$

#### **Problema 2**

Suponga que  $4^a = 5$ ,  $5^b = 6$ ,  $6^c = 7$ , y  $7^d = 8$ . ¿Cuánto vale el producto  $a * b * c * d$ ?

#### **Problema 3**

La expresión  $\sqrt{9 - 6\sqrt{2}} + \sqrt{9 + 6\sqrt{2}}$  puede expresarse de la forma  $\sqrt{x}$  con  $x$  un entero positivo. ¿Cuánto vale  $x$ ?

## Final - Tercer Lugar

### Set: 2

#### **Problema 1**

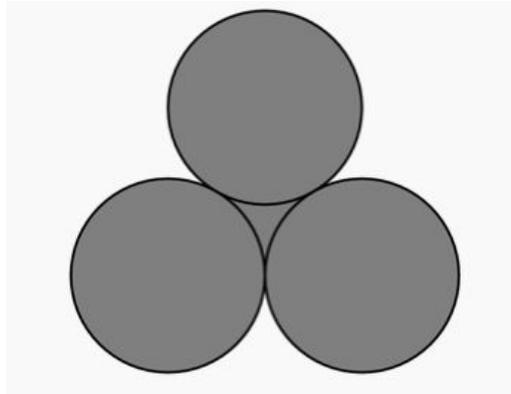
Si  $2^{2x} + 2^{2y} = 237$  y  $2^{x+y} = 102$ , ¿cuánto vale  $2^x + 2^y$ ?

#### **Problema 2**

La ecuación cuadrática  $x^2 + mx + n = 0$  tiene dos soluciones, cuyos valores son uno el triple y otro el cuádruple que las raíces de la ecuación cuadrática  $x^2 + px + m = 0$ , y ninguno de  $m$ ,  $n$  y  $p$  es cero. ¿Cuánto vale  $n/p$ ?

#### **Problema 3**

Tres círculos de radio 2 son tangentes mutuamente. Si  $x$  es el área de la región contenida en su perímetro (región sombreada), ¿cuánto vale  $x$  redondeado al entero más próximo?



## Final - Tercer Lugar

### Set: 3

#### **Problema 1**

Si la ecuación

$$36x - 8 + 4a^2x + b = 24ax - b + 2$$

tiene infinitas soluciones, calcula el valor de  $ab$

#### **Problema 2**

Suponga que  $y = \frac{3}{4}x$  y que  $x^y = y^x$ . La suma  $x + y$  puede expresarse como una fracción irreducible  $\frac{m}{n}$ . ¿Cuánto vale  $m + n$ ?

#### **Problema 3**

Encuentre la suma de todos los enteros positivos  $n$  que cumplen que  $n^2 - 19n + 99$  es el cuadrado de un número entero.