Examen Primera Ronda
Primer Torneo de Matemáticas por Equipos
Museo Descubre 17 y 18 de noviembre del 2018

Problema 1

Isabela debe de tomar cuatro exámenes de matemáticas de 100 puntos cada uno en su clase de matemáticas. Su meta es lograr una calificación promedio de 95 puntos en sus exámenes. En sus primeros dos exámenes obtuvo 97 y 91 respectivamente. Después de ver su puntaje en el tercer examen, se da cuenta de que aún puede cumplir su objetivo. ¿Cuál es el mínimo puntaje que pudo haber obtenido en el tercer examen?

Problema 2

Sea la ecuación

$$\sqrt{4+\sqrt{m+\sqrt{x}}}=5$$

Si x es igual a 49, ¿cuánto vale m?

Problema 3

¿Cuántos números de <u>exactamente</u> cuatro dígitos existen que usen los cuatro dígitos de 2012?

Problema 4

¿Cuántos triángulos isósceles tienen lados con longitudes enteras y perímetro total igual a 123?

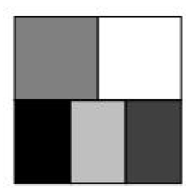
Nota: Los triángulos isósceles son aquellos que tienen al menos dos lados con longitudes iguales; en particular, los triángulos equiláteros también son isósceles.

Problema 5

¿Cuál es el exponente, usando como base el número 2, del número que resulta de la multiplicación $2^{2^{2^{2}}} \times 2^{2^{2^{2}}}$?

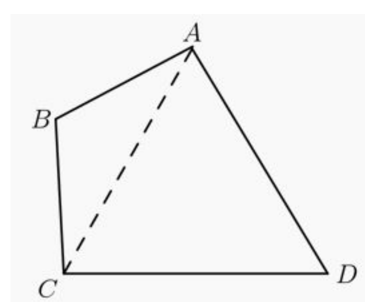
Problema 6

Dos piezas cuadradas y tres piezas rectangulares se acomodan para formar un rompecabezas cuadrado como el que se muestra en la figura. Si cada una de las dos piezas cuadradas tiene un perímetro de 144 cm, y las otras tres piezas rectangulares son iguales entre sí, ¿cuál es el perímetro de cada una de las piezas rectangulares?

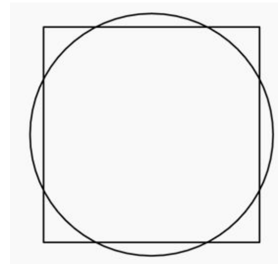


Problema 7

En el cuadrilátero $ABCD$, los lados AB y BC ambos tienen la misma longitud 125, los lados CD y DA tienen ambos longitud 173 y el ángulo $\angle ADC$ es de 60°. ¿Cuál es la longitud de la diagonal AC?



Problema 8



Un cuadrado de lado 20 y un círculo comparten el mismo centro y se cortan entre sí como en la figura mostrada. El área total de las regiones que están adentro del círculo pero afuera del cuadrado es igual al área total de las regiones dentro del cuadrado pero afuera del círculo. Si x es el radio del círculo, ¿cuánto resulta de redondear x^2 al entero más próximo? Considera π = 3.14

Problema 9

Sea x un número que cumpla que:

$$4^x \times 8^{x+1} = 2^{2x-1} \times 16^{3x-2}$$

Si $x = \frac{m}{n}$ es la expresión como fracción irreducible de x, en donde m y n son números enteros positivos, ¿cuánto vale $m+n$?

Problema 10

Chuy es un lector ávido. Él compró una copia del *best seller* "Las Matemáticas son hermosas". En el primer día, Chuy lee $1/5$ de las páginas más 12 páginas; el segundo día lee $1/4$ de las páginas restantes más 15 páginas; el tercer día lee $1/3$ de las páginas restantes más 18 páginas. Entonces, Chuy se da cuenta de que sólo le quedan 62 páginas por leer, las cuales lee el siguiente día. ¿Cuántas páginas hay en este libro?

Problema 11

El número formado por 2018 unos seguidos, se divide entre 7, usando el método habitual. Al hacer esto se obtiene un residuo de 4. ¿Cuál es la suma de las cifras del cociente que se obtiene de la división?

Problema 12

El frasco A contiene cuatro litros de solución que contiene 45% de ácido. El frasco B contiene 5 litros de una solución que contiene 48% ácido. El frasco C contiene un litro de solución que contiene $k\%$ ácido. Del frasco C, se toman $\frac{m}{n}$ litros de solución y se agregan al frasco A; el resto de la solución que quedó en el frasco C se agrega al frasco B. Al final, tanto el frasco A como el frasco B contienen soluciones que tienen 50% ácido. Dado que m y n son enteros positivos y la fracción $\frac{m}{n}$ está simplificada, encuentra el valor de $k+m+n$.