

# Talleres Final de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas en Aguascalientes

## Álgebra. Taller 2

### Productos Notables

#### Problemas

1. ¿Cuál es el valor de  $65335579^2 - (56335591)(56335567)$ ?
2. ¿Cuál es el valor de  $999999999^2 - 1$ ?
3. Sean  $a$  y  $b$  dos números que cumplen que  $a + b = 1$  y  $a^2 + b^2 = 2$ . Encuentra el valor de  $a^3 + b^3$ .
4. Sean  $x$  y  $y$  dos números tales que  $x + y = 3$  y  $xy = 1$ . Encuentra el valor de  $x^3 + y^3$ .
5. Si  $a$  y  $b$  son números positivos distintos que cumplen  $a^2 + b^2 = 4ab$ , hallar el valor de  $\left(\frac{a+b}{a-b}\right)^2$
6. Si  $x^2 + y^2 = 6xy$  con  $x \neq y$ , ¿a qué es igual  $\frac{x+y}{x-y}$ ?
7. Encontrar la diferencia de dos números positivos tales que su suma, su producto y la diferencia de sus cuadrados son iguales entre sí.
8. Si  $a + b = 1$  y  $a^2 + b^2 = 2$ , encuentra  $a^4 + b^4$ .
9. Sea  $x$  y  $y$  números reales tales que

$$\begin{cases} x - y = 2\sqrt{3} \\ x + y = 3\sqrt{2} \end{cases}$$

Encuentra  $(x^2 - y^2)^2$ .

#### Problemas más interesantes

1. ¿Cuál es el resultado de la siguiente suma?  
$$\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2} + \sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{49} + \sqrt{50}}$$
2. Sea  $N = 999 \dots 9$  (2014 veces 9). ¿Cuánto vale la suma de los dígitos de  $N^3$ ?
3. (Purple Comet MS 2013) Sean  $a$ ,  $b$  y  $c$  números reales positivos tales que  $a^2 + b^2 + c^2 = 989$  y  $(a + b)^2 + (b + c)^2 + (c + a)^2 = 2013$ . Encuentra  $a + b + c$ .