

Examen de Prueba #2
Finalistas OMMAGS 2019
UAA, 20/07/2019

Duración: 4 horas y media

Las soluciones de problemas distintos deben quedar en hojas distintas. Sólo debes de escribir por un lado de la hoja. En cada hoja, escribe tu nombre en la esquina superior izquierda; escribe el número de problema y el número de hoja en la esquina superior derecha.

Escribe todos los razonamientos y justificación, se podrá puntuar el avance parcial en un problema.

No puedes usar calculadora u otro dispositivo electrónico. Sí puedes usar estuche de geometría.

Podrás preguntar por escrito las dudas que tengas sobre los enunciados de los problemas durante la primera hora del examen.

Problema 1

Encuentra **todas** las parejas de enteros positivos m y n tales que

$$m^n + m^{n+1} + m^{n+2} = 7371$$

Justifica por qué son todas.

Problema 2

Un número se llama *Chiroliro* si tiene exactamente 9 cifras (no necesariamente distintas) y cada cifra del número siempre es mayor o igual a la cifra que está a su izquierda (exceptuando a la primera cifra de izquierda a derecha, porque no tiene cifra a su izquierda). Por ejemplo, el número 122223688 es *Chiroliro*, pues cumple ambas condiciones. ¿Cuántos números *Chiroliros* existen? Justifica tu respuesta.

Problema 3

En un triángulo rectángulo ABC , con $\angle BAC = 90^\circ$ y con $AC > AB$, la mediatriz del segmento BC interseca al lado AC en K y la mediatriz del segmento BK interseca al segmento AB en el punto L . Sea T el punto donde cae la altura desde L sobre el lado BC . Si la línea CL es la bisectriz del ángulo $\angle ACB$: Encuentra el valor del ángulo $\angle ACB$

Nota: La mediatriz de un segmento se define como la línea que pasa por el punto medio del segmento y es perpendicular al segmento.