

Examen de Prueba #1
Finalistas OMMAGS 2019
UAA, 06/07/2019

Duración: 4 horas

Escribe todos los razonamientos.

No puedes usar calculadora.

Las soluciones de problemas distintos deben quedar en hojas distintas.

Puedes preguntar por escrito las dudas que tengas sobre los enunciados de los problemas.

Problema 1

En un triángulo $\triangle ABC$ se toman los puntos P y Q sobre los lados AB y AC , respectivamente, de modo que PC y BQ son alturas del triángulo y, además, $AQ = 2$, $AP = 3$ y $PB = 5$.

- a) Demuestra que los triángulos $\triangle ACP$ y $\triangle ABQ$ son semejantes
- b) Calcula el área del triángulo $\triangle ABC$
- c) Calcula el perímetro del triángulo $\triangle ABC$

Problema 2

Se tienen 28 potencias enteras de dos. Demuestra que hay dos cuya resta es divisible por 100.

Problema 3

Se define una sucesión de números A_n con 2019 elementos de tal forma que $A_1 = 1$ y además para $n \geq 2$, A_n es el número formado al colocar las cifras de A_{n-1} y agregarle al final las cifras del número n . Así pues, $A_1 = 1$, $A_2 = 12$, $A_3 = 123$, $A_4 = 1234$, ..., $A_{2017} = 123456...20162017$, $A_{2018} = 123456...201620172018$, $A_{2019} = 123456...2016201720182019$

¿Cuántos números de la sucesión son múltiplos de 36?

Problema 4

Demuestre que para toda n entero positivo, el entero formado de la siguiente manera, siempre es un número cuadrado perfecto (es decir, tiene raíz cuadrada entera exacta).

99...9800...01


 n nueves n ceros