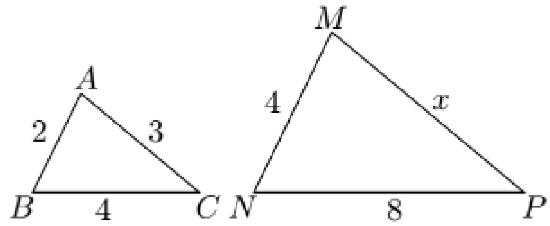
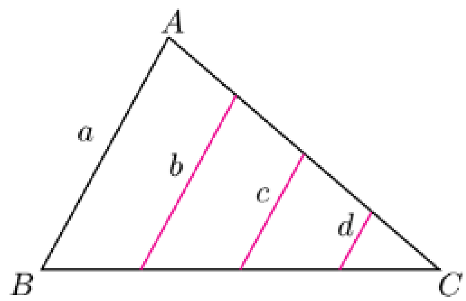
Taller 13/junio/2019

1. Tenemos dos triángulos semejantes ΔABC y ΔMNP. Sabemos que sus lados son iguales a los valores marcados en la siguiente figura, encuentra cuánto vale x.

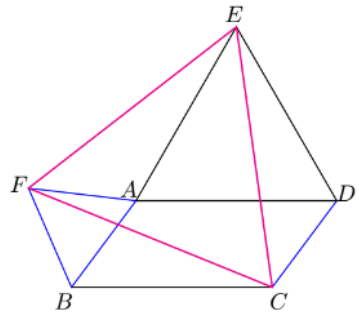


2. En la siguiente figura los segmentos a, b, c y d son paralelos y dividen al lado BC en 4 segmentos iguales. Si $a = 10$, encuentra la suma $a + b + c + d$.

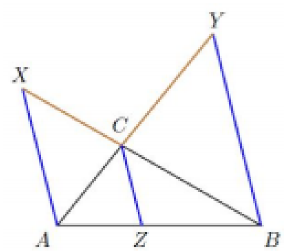


3. Demuestre que el segmento entre los puntos medios de dos lados de un triángulo mide la mitad de la longitud del tercer lado y es paralelo a ese lado.
4. Sean a y b dos medianas de un triángulo que se intersectan en un punto p. Pruebe que p divide a a en dos segmentos que miden un tercio y dos tercios de lo que mide a respectivamente.
5. (Teorema de Varignon) Demuestra que los puntos medios de un cuadrilátero forman un paralelogramo.
   a. Demuestra que el perímetro del paralelogramo es igual a la suma de las diagonales.
   b. Demuestra que el área del paralelogramo es la mitad del área del cuadrilátero.
6. En un triángulo ΔABC, sobre el lado BC se toma un punto D de tal manera que $\angle BAD = \angle ACB$. Demuestra que $(AB)^2 = BD \cdot BC$.
7. Demuestra que las diagonales en un paralelogramo se cortan en su punto medio.
8. Sea AM la mediana trazada hacia el lado BC de un triángulo ΔABC. Prolongamos AM más allá del punto M y tomamos un punto N de tal manera que AN es el doble de AM. Demuestra que el cuadrilátero $ABNC$ es un paralelogramo.
9. Sea ABC un triángulo rectángulo con $\angle A = 90°$, sea H la altura desde A hasta BC, demuestra que:
   a. $BH \cdot HC = AH^2$
   b. $BH \cdot BC = AC^2$

10. En la siguiente figura *ABCD* es un paralelogramo. Sobre los lados *AB* y *AD* se dibujan los triángulos equiláteros Δ*ABF* y Δ*ADE*, respectivamente. Demuestra que el triángulo Δ*FCE* es equilátero.



11. En la siguiente figura, *Z* es un punto sobre el lado *AB* de un triángulo Δ*ABC*. Una línea a través de *A* paralela a *CZ* intersecta a *BC* en *X*. Una línea a través de *B* paralela a *CZ* intersecta a *AC* en *Y*. Demuestra que $\frac{1}{CZ} = \frac{1}{AX} + \frac{1}{BY}$.



12. Sea *F* el pie de la altura del vértice *C* del Δ*ABC*. Sea *G* un punto sobre la prolongación de la altura *BE*, de manera que *GE* = *CF*. Sea *H* el punto sobre la prolongación de *AB*, de forma que *GH* || *AC*. Demuestra que Δ*ACH* es isósceles.
13. Demuestra que el segmento de línea que une los puntos medios de dos lados opuestos de un cuadrilátero, bisecta el segmento de línea que une los puntos medios de las diagonales.
14. Sean *ABC* un triángulo y *D* un punto tal que ∠*DAB* = ∠*DBC* = ∠*DCA*. Si *AD*, *BD* y *CD* se prolongan hasta intersectar al circuncírculo del triángulo *ABC* en *B'*, *C'* y *A'*, respectivamente, muestra que Δ*ABC* y Δ*A'B'C'* son semejantes.
15. Sean *ABCD* un trapecio y *M* el punto medio de *DC*. Sean *L* y *N* los puntos medios de *AD* y *BC*, respectivamente. Demuestra que las diagonales *AC* y *BD* cortan a *LN* en tres segmentos iguales.