

## Talleres Final de la Olimpiada Mexicana de Matemáticas en Aguascalientes

### Álgebra. Taller 4

#### Solución de Ecuaciones

#### Problemas interesantes

1. Escribe los números 21, 147, 2015 como suma de dos enteros consecutivos.
2. En una caja hay canicas rojas, verdes y azules. Las rojas son el triple de las azules y las azules el triple de las verdes y en total hay 65 canicas. ¿Cuántas canicas rojas hay?
3. Hay solo dos valores de  $a$  para los que la ecuación  $4x^2 + ax + 8x + 9 = 0$  tiene una única solución para  $x$ . ¿Cuánto vale la suma de esos dos valores?
4. Hallar las soluciones reales de los sistemas de ecuaciones siguientes:

a.  $x^3 + y^3 = 1$   
 $x^2y + 2xy^2 + y^3 = 2$

b.  $\frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{x} = 12$   
 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3}$

c.  $(x + y)(x^2 - y^2) = 9$   
 $(x - y)(x^2 + y^2) = 5$

d.  $(x + y)(x + y + z) = 66$   
 $(y + z)(x + y + z) = 99$   
 $(z + x)(x + y + z) = 77$

5. [iTest 2008] Dado el siguiente sistema de ecuaciones

$$2x + 3y + 3z = 8$$

$$3x + 2y + 3z = 808$$

$$3x + 3y + 2z = 80808$$

Encuentra el valor de  $x + y + z$

6. [AIME 1986] Determina  $3x_4 + 2x_5$  si  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$  satisfacen el siguiente sistema de ecuaciones

$$2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 6$$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 12$$

$$x_1 + x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 24$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 48$$

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 2x_5 = 96$$

7. Encuentra las soluciones enteras positivas del sistema

$$w + z = yz$$

$$y + z = wx$$