

Soluciones al Examen nivel 3° de Secundaria - Segunda etapa
Proceso de selección para XIX ONMAPS y III OMMEB
19 de enero de 2019, Aguascalientes

Problema 1

Un número capicúa de cinco cifras se escribe $abcba$. Si es divisible entre 45, es divisible entre 9 y entre 5. Si es divisible entre 5, debe terminar en 5 porque si terminara en cero, el primer dígito sería cero y ya no tendría cinco cifras. Así, el número es de la forma $5bcb5$.

Para que sea divisible entre 9, la suma de los dígitos debe ser múltiplo de 9. Así, como b es un dígito entre 0 y 9, podemos asignarle dichos valores y calcular, para cada caso, el valor de c , de tal manera que los dígitos den una suma divisible entre 9:

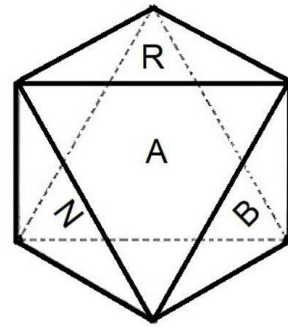
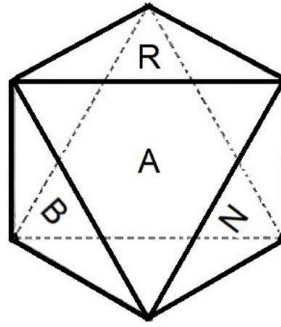
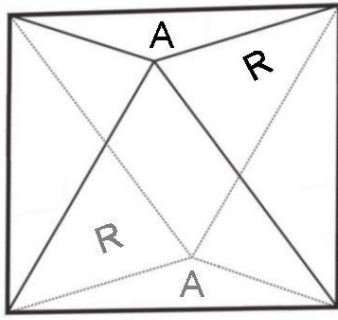
Para $b = 0$, $50c05$, $c = 8$;
para $b = 1$, $51c15$, $c = 6$;
para $b = 2$, $52c25$, $c = 4$;
para $b = 3$, $53c35$, $c = 2$;
para $b = 4$, $54c45$, $c = 0$ o $c = 9$;
para $b = 5$, $55c55$, $c = 7$;
para $b = 6$, $56c65$, $c = 5$;
para $b = 7$, $57c75$, $c = 3$;
para $b = 8$, $58c85$, $c = 1$;
para $b = 9$, $59c95$, $c = 8$.

Por tanto, son once los números pedidos: 50805, 51615, 52425, 53235, 54045, 54945, 55755, 56565, 57375, 58185 y 59895.

Problema 2

La primera observación es que al pintar una cara con un color, ninguna de los otros seis triángulos con las que esta cara coincide (sea que coincidan en arista o en vértice) puede pintarse de ese mismo color; además, la cara paralela opuesta tendrá que pintarse del mismo color. En otras palabras, habrá dos caras de cada color y éstas serán paralelas.

Coloquemos el octaedro sobre una de sus bases y pintemos estas caras (la base y su opuesta) de un color, por ejemplo azul (porque un par será azul, necesariamente), elijamos otra cara cualquiera, de las que coincide la cara ya pintada con su arista, y pintémosla de rojo (porque alguna de las tres será roja, necesariamente, y la opuesta a ésta también debe ser roja)



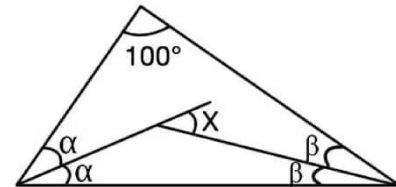
Ahora, veámoslo desde arriba colocando las caras azul y roja como se ve en la figura. Para pintar las otras dos caras, aparentemente hay dos posibilidades. Pero sus respectivas caras opuestas también ya tienen el color asignado.

Si eliges una de ellas, la vista desde abajo será idéntica a la que no elegiste. Es decir, no hay tales dos posibilidades sino sólo una, porque la otra será la de la parte de abajo.

Resumiendo, solamente hay una forma de pintar el octaedro con cuatro colores con las condiciones pedidas.

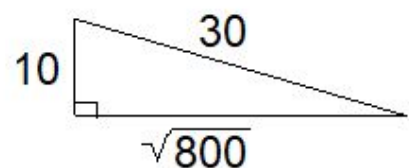
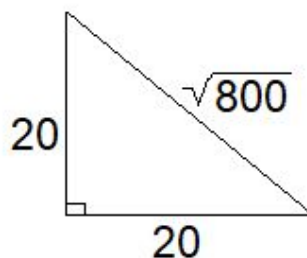
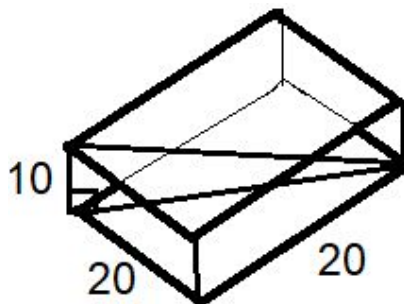
Problema 3

El ángulo x , es ángulo exterior del triángulo pequeño, por tanto, $x = \alpha + \beta$. Pero en el triángulo mayor, sabemos que la suma de los ángulos interiores cumple que la suma es $100^\circ + 2\alpha + 2\beta = 180^\circ$. Por tanto $\alpha + \beta$ es 40° . Es decir, $x = 40^\circ$.



Problema 4

Basta ver que la altura, la diagonal de la base y la distancia pedida forman un triángulo rectángulo.



La diagonal de la base se calcula con el teorema de Pitágoras, y con éste valor y la altura se calcula la distancia pedida al utilizar nuevamente el mismo teorema. El resultado es 30 cm .