Bautizo: Decimos a divide a b (a factor de b, a es divisor de b, b es múltiplo de a, b es divisible por a) si existe un entero c tal que b=ac. Lo anterior se simboliza como a|b. De la definición anterior se pueden deducir las siguientes propiedades:

1) Si a|b y a|c entonces a|b+c
2) Si a|b entonces a|bc
3) Si a|b y a|b+c entonces a|c
4) (Propiedad reflexiva) a|a
5) (Propiedad Transitiva) Si a|b y b|c entonces a|c

A1: ¿Cuándo se cumple la Simetría? a|b y b|a

Observación: Es conveniente hacer notar que el símbolo | NO es el símbolo de división, sino un símbolo de relación, así pues, aunque la división 0/0 no está definida, podemos decir que 0 | 0, ya que existe un entero (de hecho, cualquier entero) que cumple que 0c=0.

A2: Encuentra los valores de a, tales que 0|a

A3: Encuentra los valores de a, tales que a|0

A4: ¿Para qué valores de n se cumple que $n-2|n+2$?

A5: ¿Para qué valores de n se cumple que $n-2|n^2-3$?

A6: ¿Para qué valores de n se cumple que $3|n^2-2$?

A7: ¿Para qué valores de n se cumple que $n-2|2n$?

A8: Prueba que 1 sumado al producto de cuatro enteros consecutivos es un cuadrado.

A9: Prueba que 1 sumado al producto de dos enteros impares consecutivos o de dos enteros pares consecutivos es un cuadrado.

A10: Prueba que el producto de cuatro enteros positivos consecutivos no puede ser un cuadrado.

A11: Demuestra que $3|4^n-1$

A12: Demuestra que $11|3^{2n+2}+2^{6n+1}$

A13. Encuentre todos los números n tales que $\underbrace{111\ldots1}_{n \text{ veces}}$ es divisible por 101.

A14: Dado un entero k de dos o más cifras, se genera un nuevo entero m insertando un cero entre el dígito de las unidades y el dígito de las decenas de k. Encuentra todos los números k tales que m resulta ser múltiplo de k.

A15: Se eligen 128 potencias de 2. Demuestra que hay dos cuya diferencia es múltiplo de 1000.

A16: Sea n un entero positivo y sean a < b < c < d los cuatro divisores positivos más pequeños de n. Determine todos los enteros n tales que $n = b \times c + d$

A17: Encuentra todas las ternas de dígitos (a, b, c) tales que ab y ac son números de dos dígitos, cab es un número de tres dígitos y además ab × ac = cab.

A18. Sea n un entero mayor que 6. Demuestre que si n − 1 y n + 1 son ambos números primos, entonces $n^2(n^2+16)$ es múltiplo de 720. ¿Es cierto el recíproco?

A19: Sea n un entero positivo y sean a < b < c < d los cuatro divisores positivos más pequeños de n. Determine todos los enteros n tales que $n = a^2+b^2+c^2+d^2$

A20. Demuestre que ningún entero de la forma 4n + 3 se puede escribir como la suma de dos cuadrados de enteros.

A21. Sea ab un número de dos dígitos. Un entero n es pariente de ab si: el dígito de las unidades de n también es b. los otros dígitos de n son distintos de cero y suman a. Por ejemplo, los parientes de 31 son 31, 121, 211 y 1111. Encuentra todos los números de dos dígitos que dividen a todos sus parientes.

A22. Encuentra todos los enteros positivos N con la siguiente propiedad: entre todos los divisores positivos de N hay 10 números consecutivos pero no 11.

A23. Sean a y b enteros tales que a+ 5b y 5a−b son ambos múltiplos de 2002. Demuestre que a^2+b^2 también es múltiplo de 2002.