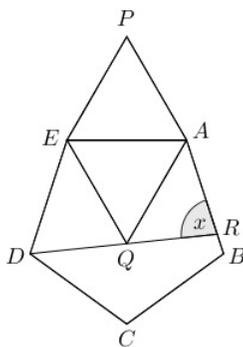

XIX ONMAPS. Tepic, Nayarit 2019

Segundo día

1 de Junio de 2019

Problema 10. En la figura se tiene $ABCDE$ un pentágono regular y APE un triángulo equilátero. Q es un punto en el interior del pentágono de manera que $PAQE$ es un rombo. Sea R la intersección de las rectas DQ con AB . Encuentra el valor del ángulo $\angle QRA$.



Problema 11. Cinco amigos fueron a participar en una Olimpiada de Matemáticas. El examen era de 54 problemas de opción múltiple para resolver en tres horas. Cada acierto suma 9 puntos, cada respuesta incorrecta resta 4 puntos y cada pregunta sin contestar no suma ni resta puntaje. Los 5 amigos obtuvieron el mismo puntaje (mayor que cero), pero la cantidad de aciertos, errores y preguntas no respondidas de los amigos fue diferente. Determinar los posibles puntajes que obtuvieron los amigos.

Problema 12. Hilbert escribe en su libreta todos los números N que cumplen las siguientes condiciones:

- i)* N tiene 7 dígitos todos distintos.
 - ii)* Cuando se borran tres de los dígitos de N quedan escritos los números 2, 0, 1, 9 en ese orden.
 - iii)* N es múltiplo de 3.
- ¿Cuántos números hay en la lista de Hilbert?

Problema 13. Un número de 6 dígitos distintos \overline{abcdef} es *curioso* si cumple con las siguientes condiciones:

- El número de 3 cifras \overline{abc} es un múltiplo de 5.
- El número de 3 cifras \overline{bcd} es múltiplo de 17.

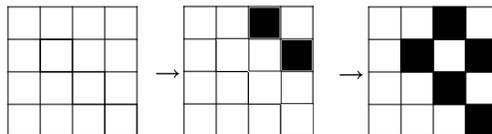
• El número de 4 cifras \overline{abcd} tiene sus dígitos en progresión aritmética (no necesariamente en orden).

¿Cuántos números *curiosos* son múltiplos de 9?

Problema 14. Sea $ABCDEF$ un hexágono regular de lado 3. Sobre los lados AF y ED se marcan puntos M y N tales que $FM = EN = 2$. Sea P la intersección de BE con MN . Calcula la medida del segmento PD .

Problema 15. Se tiene un tablero cuadrado de $n \times n$, con $n \geq 3$ con todas sus casillas pintadas de blanco. Un cambio consiste en elegir un subtablero de 2×2 ó de 3×3 y cambiar el color de todas las casillas de una de sus diagonales (de blanco a negro o de negro a blanco).

Este es un ejemplo de una secuencia de cambios en un tablero de 4×4 .



¿Para qué valores de n es posible en algún momento tener todo el tablero de negro?

Problema 16. Sean $a < b < c < d$ enteros positivos tales que a divide a b , b divide a c y c divide a d . Además, ninguno de ellos es divisible por el cuadrado de un número primo. Encuentra todas las cuartetitas que cumplen lo anterior y tales que $a + b + c + d = 2019$.

Problema 17. En el pizarrón está escrito el número 2019, dos mil diecinueve veces en línea. Se van a borrar todos los dígitos menos cuatro, de manera que los cuatro dígitos que sobren sean 2, 0, 1, 9, en ese orden. ¿De cuántas maneras distintas es posible hacer esto?

Problema 18. Sea ABC un triángulo tal que $AB = AC$ y $\angle BAC = 20^\circ$. La bisectriz del $\angle ABC$ interseca a AC en D . Si O es el centro de la circunferencia que pasa por A , B y C , calcula $\angle ADO$.