



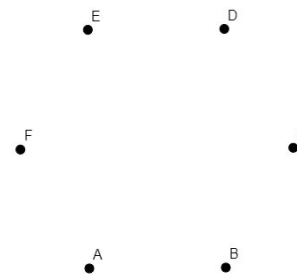
**Examen Semifinal de la 33 Olimpiada Mexicana de  
Matemáticas en Aguascalientes  
Edificio 43, Universidad Autónoma de Aguascalientes  
8 de junio de 2019**

**INSTRUCCIONES GENERALES:**

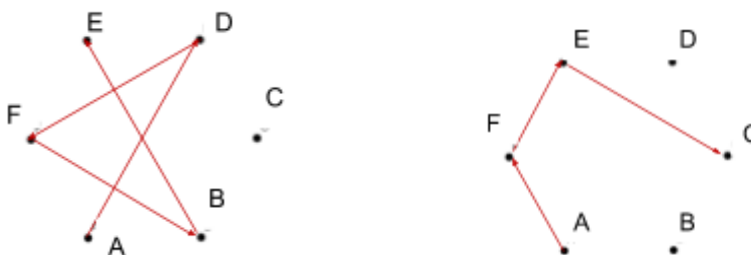
- a) Deberás contestar la prueba exclusivamente en las hojas blancas que se te han proporcionado. Todas y cada una de las hojas que entregues deben tener tu número de lista en la parte superior izquierda y el número del problema en la parte superior derecha.
- b) Utiliza una hoja (o tantas como sean necesarias) para resolver cada problema y anota en la parte superior derecha de ella (o de ellas) el número del problema que estás contestando y en la parte superior izquierda de ella (o de ellas) tu número de lista, no necesitas volver a escribir el enunciado.
- c) No utilices una misma hoja para resolver dos o más problemas distintos.
- d) Si tienes alguna duda sobre los enunciados de los problemas, podrás hacer preguntas, **solamente por escrito**, en las tarjetas que se te dan para ello, y **sólo sobre los enunciados**. En dichas tarjetas deberás anotar tu nombre. La respuesta se te dará también por escrito, o si el jurado lo considera, el profesor encargado del grupo contestará oralmente para que todos los alumnos del salón la escuchen.
- e) En caso de que algún problema sea irresoluble (no tenga solución) deberás dar una justificación de ello. Cada problema vale 7 puntos, siendo la puntuación máxima del examen 28 puntos.
- f) Para asignar calificación, se tomará muy en cuenta la manera en la que abor das y desarrollas los problemas, así como la justificación de tu procedimiento, por ello es muy importante que entregues todas las hojas que consideres necesarias (incluso si no logras terminar la solución), y que justifiques tu procedimiento. Aunque no llegues a la respuesta, tu procedimiento o ideas pueden darte puntos parciales.
- g) Está permitido el uso de instrumentos geométricos (escuadras, regla y compás). Preferimos el uso de fracciones, raíces, o simplemente  $\pi$ , en lugar de decimales (salvo que así se solicite). No está permitido el uso de calculadoras ni de dispositivos electrónicos.
- h) Si tienes alguna duda, necesitas hojas o necesitas algo más, levanta la mano para que se acerque el aplicador de tu salón. Te recomendamos ir al baño antes de que comience el examen, aunque sí podrás salir al baño durante el examen.
- i) Dispones de 4 horas para resolver el examen. El Comité Organizador te desea mucha suerte.
- j) Los resultados se darán a conocer el día Lunes 10 de junio de 2019 en la página de Facebook Ommags Aguascalientes, y en la página web [www.ommag s.com](http://www.ommag s.com)

**Examen Semifinal**  
**33a Olimpiada Mexicana de Matemáticas en Aguascalientes**  
**8 de Junio de 2019, Universidad Autónoma de Aguascalientes**

**Problema 1.** Después del reciente rompimiento de relaciones de una popular empresa de celulares con la plataforma que le brindaba su sistema operativo, ha decidido crear su propio sistema operativo. Uno de los aspectos más importantes para un teléfono celular es contar con una clave para que sólo el usuario pueda desbloquear su teléfono. Imitando un poco el aspecto más popular, han decidido implementar un bloqueo de patrón, en una figura de seis puntos como la de la derecha, cada punto con una letra de la A a la F.



La manera en la que funciona un patrón de bloqueo es que se tienen que unir al menos cuatro puntos de los de la figura con segmentos de línea, de tal forma que el inicio del siguiente segmento sea el final del segmento anterior; y de tal forma que hay un punto inicial y otro final, distintos entre sí. Cada punto puede ser utilizado a lo más una sola vez. Estos son ejemplos de patrones válidos:



¿Cuántos patrones de bloqueo válidos distintos se pueden formar? Justifica tu respuesta.

**Nota:** Para un patrón de bloqueo, lo que nos interesa es el orden en el que se forma la línea. De esta manera, se cuentan como distintos los patrones A-F-E-C y C-E-F-A, aunque al final formen la misma figura. También se consideran diferentes los patrones que se obtienen de girar o voltear otros patrones.

**Problema 2.** Se tiene un pentágono regular ABCDE, y un punto F dentro de él, de tal forma que ABCF es un rombo. Encuentra los ángulos del triángulo DFE y demuestra que es semejante al triángulo ABC. Justifica tu respuesta.

**Nota:** Recuerda que un rombo es un cuadrilátero cuyos cuatro lados son de la misma longitud.

**Problema 3.** Toño escribe en un pizarrón las primeras 2019 potencias de dos comenzando por 1, 2, 4, y así sucesivamente hasta  $2^{2018}$ . Le pide a Gustavo que multiplique todas las potencias que escribió y le diga el resultado; sin embargo, Gustavo sabe que le resultaría un número muy grande, por lo cual sólo le dirá a Toño la última cifra del número resultante. ¿Cuál es la última cifra del número que resulta de multiplicar las primeras 2019 potencias de dos? Justifica tu respuesta.

**Problema 4.** Óscar está fascinado con un nuevo tipo de números primos que descubrió, los números “Primates”. Un número “Pimate”, es un número primo que cumple los siguientes requisitos:

- a. Todas sus cifras son números primos.
- b. Todos los números que se pueden formar por cifras contiguas del número también son números primos.

Encuentra todos los números Primates que existen. **Justifica por qué son todos.**

Por ejemplo, los números que se pueden formar con cifras contiguas del número 4127 son 41, 12, 27, 412, 127. Sin embargo, el número 4127 no es “Pimate”, porque aunque es un número primo, algunas de sus cifras no son números primos (1 y 4); también, algunos de los números que se pueden formar con cifras contiguas del número no son números primos (12, 27 y 412).

***Nota:*** Recuerda que un número primo, es aquél que es divisible exactamente por dos números enteros positivos. En particular, el número 1, no es un número primo.