

## Examen Eliminatorio

Compartimos las soluciones. Cualquier duda con las soluciones o si quieres una explicación más extensa, envíanos un correo.

### Problema 1

En el banco de un país lejano, se tienen monedas de 2, 8 y 10 pesos. ¿Cuál es la menor cantidad de monedas con las que se puede pagar 54 pesos?

- a) 7
- b) 6
- c) 10
- d) 5
- e) 9
- f) Ninguna de las anteriores

La respuesta es b. Se puede realizar el pago requerido con 6 monedas, tres de diez pesos y tres de 8 pesos. Podía ser fácil quedarse con la idea de pagar con cinco monedas de diez pesos y dos de dos pesos, pero eso da una mayor cantidad de monedas. Es fácil ver que no se puede con cinco monedas.

### Problema 2

En un grupo escolar, hay 29 niñas y 18 niños. Si cada semana entran 3 niños y 2 niñas al grupo, ¿en cuántas semanas habrá la misma cantidad de niños que de niñas?

- a) 20
- b) 5
- c) 10
- d) 11
- e) 9
- f) Ninguna de las anteriores

La respuesta es d. Si cada semana entran 3 niños y 2 niñas, la cantidad de niños incrementa uno más con respecto a la cantidad de niñas. Como inicialmente hay 11 niñas más que niños, es necesario que pasen 11 semanas para que se revierta esa diferencia.

### Problema 3

Un hombre quiere dejar una herencia a sus tres hijos y su esposa. Al mayor de sus hijos, le dejará la mitad del total de su dinero; al hijo de enmedio, le dejará la tercera parte del total de su dinero; al hijo más pequeño le dejará la novena parte del total del dinero. Si el dinero restante será para su esposa, ¿qué fracción del dinero le dejará a su esposa?

- a) Un sexto
- b) Un noveno
- c) Un cuarto
- d) Un décimo
- e) Un dieciochoavo
- f) Ninguna de las anteriores

La respuesta es e. Aquí es suficiente con representar las fracciones que le tocan a cada quien y hacer la siguiente operación:

$\frac{1}{3} + \frac{1}{2} + \frac{1}{9} = \frac{6+9+2}{18} = \frac{17}{18}$ , por lo cual falta  $\frac{1}{18}$  que será para la esposa.

### Problema 4

Paco, Hugo y Luis son tres hermanos. Se sabe que uno de ellos siempre dice la verdad, uno de ellos siempre miente, y uno de ellos a veces dice la verdad y a veces dice mentiras.

Paco dice: "El que siempre miente es Luis"

Luis dice: "Yo siempre miento"

Hugo dice: "Yo nunca miento"

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- a) Luis está diciendo la verdad
- b) Hugo está mintiendo
- c) Paco siempre miente
- d) Luis siempre miente
- e) Hugo a veces dice la verdad y a veces dice mentiras
- f) Ninguna de las anteriores

La respuesta es c. Es fácil ver que Luis no puede estar diciendo la verdad ya que sería una contradicción (puesto que dice que siempre miente) y por lo tanto la opción a es falsa. Luego lo que está diciendo Luis es mentira, por lo cual Luis no es el que siempre miente. De aquí concluimos que Luis no es ni el que siempre dice la verdad ni el que siempre dice mentiras, por lo cual a veces dice mentiras y a veces la verdad. Ahora bien, Paco dice que Luis es el que siempre miente, lo cual ya sabemos que es mentira, por lo cual sólo queda la posibilidad de que Paco diga mentiras siempre (pues Luis es el que a veces dice mentiras y a veces la verdad).

### Problema 5

En una escuela de idiomas, hay noventa alumnos inscritos y se enseñan tres idiomas: inglés, alemán y francés, de tal suerte que cada niño estudia al menos un idioma, pero puede estudiar más de un idioma al mismo tiempo. Cuarenta niños, estudian francés; dos terceras partes del total de los niños estudian inglés. El alemán, lo estudian la tercera parte de los niños, y de éstos, la mitad estudia también inglés y la tercera parte estudia también francés; diez niños estudian sólo alemán. ¿Cuántos niños estudian los tres idiomas?

- a) La quinceava parte de los niños
- b) Tres niños
- c) Diez niños
- d) El 10% de los niños
- e) Cinco niños
- f) Ninguna de las anteriores

La respuesta es e. Por la información del problema, 30 niños estudian alemán, y de esos, diez niños sólo estudian alemán. De los 20 restantes, 10 niños estudian inglés también y 15 niños estudian francés también, por lo cual de esos 20, cinco niños deben de repetir el idioma inglés y el francés ( $10 \text{ inglés} + 15 \text{ francés} = 25 = 20 + 5$ ). También puede usarse un diagrama de Venn para explicarlo)

### Problema 6

Tres gallinas ponen 3 huevos en 3 días. ¿Cuántos huevos ponen nueve gallinas en nueve días?

- a) Nueve
- b) Dieciocho

- c) Quince
- d) Catorce
- e) Veintisiete
- f) Ninguna de las anteriores

La respuesta es e. Es fácil irse con la finta pues podría pensarse que es 9 la respuesta. Pero si lo analizamos, si tres gallinas ponen tres huevos en tres días, entonces en esos mismo tres días, el triple de gallinas debe de poner el triple de huevos, por lo tanto nueve gallinas ponen nueve huevos en **tres días**. Entonces en el triple de días (nueve días) deben de poner el triple de huevos, es decir 27 huevos.

### Problema 7

En una elección cada uno de los 5 candidatos obtuvo distinta cantidad de votos. En total hubo 36 votos. El ganador obtuvo 12 votos, el que menos votos recibió, logró 4 votos. ¿Cuántos votos tuvo el que quedó en cuarto lugar?

- a) Obtuvo 5 votos
- b) 5 y 6 son las dos posibilidades
- c) Obtuvo 6 votos
- d) 6 y 7 son las dos posibilidades
- e) Obtuvo 7 votos
- f) Ninguna de las anteriores

La respuesta es a. Vemos que entre los tres candidatos de enmedio deben de juntar 20 votos ( $36-12-4=20$ ). Si el que obtuvo menor cantidad de votos de ellos (el cuarto lugar) hubiera obtenido 6 votos o más, el tercero tendría que haber obtenido 7 votos o más y el segundo 8 votos o más (pues todos obtuvieron una distinta cantidad de votos). Con esos límites inferiores, sumarían al menos  $6+7+8=21$  votos, por lo cual no podrían sumar los 20 votos que en realidad tienen, por lo tanto el cuarto lugar tiene a lo más cinco votos. Como el quinto lugar tuvo cuatro votos, entonces el cuarto lugar obtuvo cinco votos necesariamente.

### Problema 8

A Toño le gusta jugar con números. La otra tarde le comentó a su amigo Tzoali lo siguiente: He pensado en un número y le he restado 9; después, al resultado, lo dividí entre 10; luego, le volví a restar 1 al resultado de la división; volví a dividir el resultado entre 10; al final, lo he dividido entre 2. Toño le dijo a Tzoali que el resultado final que obtuvo después de hacer todo lo anterior fue 10. ¿Cuál es el número que pensó Toño?

- a) 2119
- b) 2109
- c) 209
- d) 2019
- e) 219
- f) Ninguna de las anteriores

La respuesta es d. Basta con ir haciendo lo que describe Toño pero al revés. Al final se obtuvo 10 al dividir un número entre 2. Por lo tanto el número era  $20=2 \times 10$ , este se obtuvo de dividir otro número entre 10, por lo cual el número era  $200=20 \times 10$ . Este a su vez, se obtuvo de restarle uno al cociente de una división entre 10, por lo cual el número era  $(200+1) \times 10=2010$ .

Finalmente este número fue el resultado de restarle 9 al número original, por lo cual el número original era 2019.

### Problema 9

Un hombre le dijo a su hijo: "Cuando tengas la misma edad que yo tengo ahora, yo tendré el doble de la edad que tú tienes ahora". ¿Cuáles son las posibles edades del padre y el hijo?

- a) 48 y 24 años
- b) 72 y 24 años
- c) 72 y 48 años
- d) 48 y 36 años
- e) 72 y 54 años
- f) Ninguna de las anteriores

La respuesta es c. Basta con simular lo que sucede. Cuando el hijo tenga 72 años, habrán pasado 24 años = 72-48 años desde este momento, por lo cual el padre tendrá 72+24 años= 96 años, el cual es el doble de la edad original del hijo (48 años). Otra forma posible de hacerlo para los alumnos de tercero y segundo de secundaria podría ser utilizar álgebra y resolver algunas ecuaciones.

### Problema 10

¿Cuánto resulta de la siguiente operación utilizando la jerarquía de operaciones?

$$((3 + 5) \div 2 + 6) \div 15 \div (5 \div 3 \times 2)$$

- a)  $\frac{5}{9}$
- b)  $\frac{20}{9}$
- c)  $\frac{4}{5}$
- d)  $\frac{1}{5}$
- e) Ninguna de las anteriores

La respuesta es d. Podría introducirse (con mucho cuidado) las operaciones en la calculadora, pero aquí básicamente hay que aplicar la jerarquía de operaciones y resolver en orden las operaciones, recordando que primero se resuelven los paréntesis, después las potencias y raíces, posteriormente las divisiones y multiplicaciones y finalmente las sumas y restas, si hay varias operaciones de la misma jerarquía se hacen de izquierda a derecha.

$$((3 + 5) \div 2 + 6) \div 15 \div (5 \div 3 \times 2)$$

$$((8) \div 2 + 6) \div 15 \div (5/3 \times 2)$$

$$(8 \div 2 + 6) \div 15 \div (5/3 \times 2/1)$$

$$(4 + 6) \div 15 \div (10/3)$$

$$10 \div 15 \div (10/3)$$

$$(10/15) \div (10/3)$$

$$30/150 = 1/5$$

Otra cosa importante aquí era que se tenían que hacer algunas operaciones de multiplicación y división de fracciones.

### Problema 11

Dos triángulos equiláteros con sus lados paralelos se intersectan como se muestra en la figura. Si el perímetro de cada uno de los triángulos equiláteros es igual a 24, ¿cuánto mide el perímetro del hexágono sombreado en la figura?

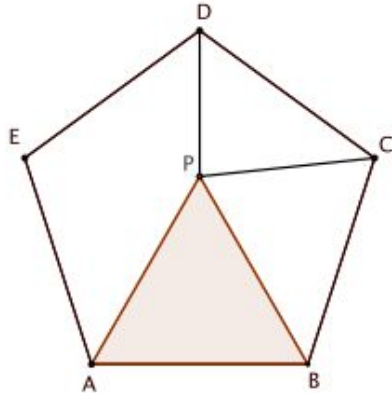


- a) 16
- b) 24
- c) 12
- d) 18
- e) 20
- f) Ninguna de las anteriores

La respuesta es a. Hay que notar que los triángulos que se forman externamente al hexágono son equiláteros, por lo cual tienen sus tres lados iguales. Por lo tanto, el perímetro del hexágono será la suma de la longitud de uno de los lados de cada uno de esos triángulos, a su vez, entre esos seis triángulos cubren el perímetro de los dos triángulos traslapados. Por lo cual la suma de los perímetros de los triángulos es el triple del perímetro del hexágono. Cabe mencionar que este problema es difícil.

### Problema 12

En la siguiente figura se muestra un pentágono regular  $ABCDE$  con un triángulo equilátero  $ABP$  construido hacia el interior del pentágono sobre el lado  $AB$ . ¿Cuánto mide el ángulo  $\angle DCP$ ?



- a)  $60^\circ$
- b)  $42^\circ$
- c)  $48^\circ$
- d)  $66^\circ$
- e)  $45^\circ$
- f) Ninguna de las anteriores

La respuesta es b. El ángulo interno de un pentágono es  $108^\circ$  y el ángulo interno de un triángulo equilátero es  $60^\circ$ . Primero hay que notar que el triángulo CPA es isósceles, y que el ángulo en su vértice "desigual" es  $\angle CAP = 108^\circ - 60^\circ = 48^\circ$ . Luego el ángulo PCA es igual a la mitad de  $180^\circ - 48^\circ = 132^\circ$  (pues es igual al CPA y junto con el  $\angle CAP$  suman  $180^\circ$ ). Por lo tanto el  $\angle PCA = 66^\circ$ . Luego el ángulo deseado es  $108^\circ - 66^\circ = 42^\circ$ .

**Clave:**

- 1) b
- 2) d
- 3) e
- 4) c
- 5) e
- 6) e
- 7) a
- 8) d
- 9) c
- 10) d
- 11) a
- 12) b