

Entrenamiento OMMEB 22/Mayo/2017

1. ¿De cuántas maneras pueden sentarse 5 personas en 5 sillas?
2. Hay 13 caminos distintos entre las ciudades A y B y 21 caminos distintos entre las ciudades B y C. Juan quiere hacer un viaje de la ciudad A a la B y luego ir de la ciudad B a la C. ¿De cuántas formas puede hacerlo? ¿De cuántas formas puede hacer el viaje de regreso (de la ciudad C a la B y luego de la ciudad B a la A) si no puede pasar por los caminos que usó en el camino de ida?
3. En una tribu antigua, tenían un lenguaje con 18 letras: 4 vocales y 14 consonantes. En todas las palabras de su idioma, se alternan vocales con consonantes (las palabras pueden iniciar con vocal o consonante). Con estas condiciones, ¿cuántas palabras de 9 letras distintas se podían formar?
4. Hay 15 equipos en una liga de fútbol. Si cada uno juega contra los demás en 5 ocasiones, ¿cuántos partidos se juegan en total?
5. Considerando a los números del 0 al 9. ¿De cuántas formas pueden elegirse dos números que sumen 10?
6. El código Morse es un código que representa las letras y símbolos con líneas y puntos (– y ·). En este código se representan, con una única serie de estos dos símbolos las letras, cifras y algunos otros símbolos. Por ejemplo la letra E se representa con un único punto “·” y la letra B es representada con una línea y tres puntos “– ···”. Con respecto a este código es ¿será suficiente usar a lo más 4 símbolos – y · para representar las 27 letras del alfabeto y las 10 cifras distintas (del 1 al 9)? ¿cuántas letras/cifras/signos máximo se podrán representar usando máximo 4 líneas o puntos? ¿cuántas letras/cifras/signos podremos representar máximo usando a lo más 5 líneas o puntos?
7. Una computadora rusa, la *Strelá*, contiene 2048 celdas de memoria, cada una de las cuales contiene 43 cifras binarias. Cada una de estas cifras binarias puede almacenar un valor igual a 0 o un valor igual a 1. ¿Cuántas diferentes combinaciones de los valores de las cifras binarias, considerando todas las celdas de memoria, puede haber?
8. El código genético de una persona está representado en su ADN. El ADN representa esta información mediante bases a las que se les han asignado las letras de C, A, G y T. Así pues, cada pequeña parte del código puede tener un valor de C, A, G o T. Ahora bien, un proceso interesante es el proceso en el cual se utiliza esta información para convertirla en las proteínas que conforman nuestro cuerpo. Se toman 3 bases consecutivas y dependiendo de la combinación de letras (o sea bases) y el orden en que estén, se elige un aminoácido para agregarlo a la proteína que se está formando. Por ejemplo si el código genético de alguien tiene la siguiente secuencia:

CAG|TTC|GAC

Se dividiría a la secuencia en grupos de 3, y a cada uno de estos grupos se elegiría el aminoácido que representan (por ejemplo la secuencia CAG representa a la glutamina – representada por la letra Q). Ahora pues, resulta interesante porque en total existen 20 aminoácidos distintos. La primera pregunta que nos surge es ¿cuántas posibles combinaciones de 3 bases (A, C, G y T) distintas hay? Y en base a esto, ¿existirán dos combinaciones de 3 bases (A, C, G y T) que representan al mismo aminoácido? Finalmente, una tarea aún más interesante es la de demostrar que existe al menos un aminoácido que es representado por 4 diferentes combinaciones de 3 bases.

9. ¿Cuántos números de 6 cifras tienen al menos una cifra par?
10. ¿De cuántas formas pueden acomodarse 8 fichas en un tablero de 8 por 8 casillas de tal forma que no haya dos en la misma fila o en la misma columna?
11. Una sociedad científica está formada por 25 personas. Es necesario elegir al presidente de la sociedad, al vice-presidente, al secretario científico y al tesorero. ¿De cuántas formas se puede efectuar esta elección, si cada miembro de la sociedad puede ocupar sólo un cargo?
12. Los lingüistas son expertos en los idiomas, y con frecuencia deben de analizar escritos hechos en idiomas desconocidos. Supongamos que ha caído en tus manos un texto escrito con 27 signos desconocidos. Cada uno de estos 27 signos representa una letra del alfabeto que conocemos en el idioma español. ¿De cuántas formas pueden corresponder los signos con las letras del alfabeto que usamos en el español?
13. En el campeonato de fútbol ruso participan 17 equipos. Se otorgan medallas de oro, plata y bronce al primer, segundo y tercer lugar del campeonato respectivamente. ¿De cuántas formas distintas puede resultar la repartición de medallas?
14. ¿De cuántas formas puede dividirse a 23 niños en 4 grupos (pueden ser del tamaño que sea, incluso estar vacíos)?
15. Siete niños juegan a la rueda de San Miguel, dando vueltas y vueltas agarrados de las manos. ¿De cuántas formas pueden acomodarse al inicio del juego al estar dando las vueltas iniciales?
16. Se quieren acomodar 21 personas alrededor de una mesa circular. ¿De cuántas formas lo pueden hacer si se consideran iguales los acomodos que se pueden obtener por rotaciones?
17. ¿De cuántas formas pueden ordenarse las letras A, B, C, D, E y F en una palabra, si las letras DEF deben de estar juntas en ese orden?

Esperar a que veamos el tema siguiente – Permutaciones con repetición

18. ¿Cuántas palabras distintas podemos obtener ordenando las letras de la palabra “MANO”?

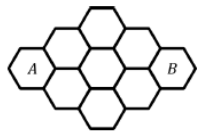
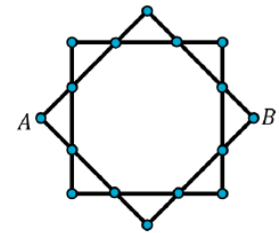
19. ¿Cuántas palabras distintas podemos obtener ordenando las letras de la palabra “MAMA”? ¿Cuántas con la palabra “CARRO”?
20. ¿Cuántas palabras distintas podemos obtener ordenando las letras de la palabra “MATEMATICAS”? ¿Cuántas con la palabra “HORROR”?

Esperar a que veamos el tema siguiente - Combinaciones

21. A la semifinal del campeonato de Ajedrez de la URSS llegaron 20 personas. A la ronda final, pasarán 3 personas; en la ronda final no importará en qué lugar quedaron los participantes en la ronda semifinal. ¿De cuántas formas distintas se puede elegir a los 3 finalistas de los 20 semifinalistas del campeonato de ajedrez de la URSS? Use la fórmula para las combinaciones.
22. ¿De cuántas formas pueden colocarse 8 fichas en un tablero de 8 por 8 de tal forma que cada una esté en una casilla diferente?
23. ¿De cuántas formas pueden colocarse 8 fichas en un tablero de 8 por 8? Puede haber dos fichas en la misma casilla.
24. Un equipo de basketbol tiene 9 personas. A la cancha sólo pueden entrar 5 jugadores. Si Freddy debe de entrar a la cancha, ¿de cuántas formas se pueden elegir a los 5 jugadores que entrarán?
25. Considerando a los números del 0 al 9. ¿De cuántas formas pueden elegirse dos números que sumen 10? ¿De cuántas formas pueden elegirse 3 números que sumen 10?
26. ¿Cuántas diagonales tiene un decágono regular (10 lados)? Una diagonal de un polígono es una línea que va entre dos vértices no adyacentes del polígono.
27. ¿Cuántas diagonales tiene un n-ágono regular?
28. La lotería genovesa es un concurso muy interesante en el cual se compra un billete de lotería con ciertos números escritos en el billete. Los números a elegir son números del 1 al 90. En el billete se pueden elegir 1, 2, 3, 4 o 5 números distintos. Después, en el sorteo, se sacan al azar 5 números distintos del 1 al 90. Si todos los números en tu billete, salen en la elección que había de números al azar, entonces ganas un premio que depende de cuántos números tenía tu billete originalmente. Por ejemplo, si ganas con un billete que tiene sólo un número, ganabas 15 veces el precio del billete; si ganas con un billete que tiene 5 números, entonces ganas 1000000 de veces el precio del billete. ¿Cuántas posibles combinaciones de 5 números distintos pueden salir en la selección al azar? Si compraste un billete con sólo un número, ¿con cuántas de esas combinaciones ganarás? Si compraste un billete con 5 números, ¿cuántas selecciones de los 5 números ganadores te favorecen? ¿y si elegiste un billete con 2, 3 o 4 números?
29. Un niño tiene 14 estampas distintas y otro tiene 15 estampas distintas. Todas las estampas del primer niño son distintas a todas las estampas del segundo niño. ¿De cuántas formas distintas pueden intercambiar 2 estampas? ¿De cuántas formas distintas pueden intercambiar 3 estampas?
30. Se tienen 10 puntos, de tal forma que ninguna tercia de ellos están en una misma línea recta. ¿Cuántos triángulos se pueden formar usando estos 10 puntos?
31. El mismo problema anterior, pero agregamos 4 puntos que están en una misma recta entre sí, pero esa recta no pasa por ninguno de los 10 puntos anteriores.
32. ¿De cuántas formas pueden acomodarse a 8 niños en parejas?
33. En una confitería se venden 4 tipos de pasteles: de crema, cañones, polvorones y hojaldrados. ¿De cuántas formas distintas se pueden comprar 7 pasteles?
34. Se tienen 10 tipos de dulce en una dulcería. Juana quiere comprar 5 dulces (no necesariamente de distinto tipo) con el dinero que le dio su mamá. ¿De cuántas formas puede hacerlo?
35. ¿Cuántos números entre 1 y mil millones cumplen que la suma de sus cifras es 2?
36. Supongamos que tenemos cuatro bolas indistinguibles y 3 cajas para meterlas. ¿De cuántas formas podemos distribuir las bolas en las cajas?
37. En el país de Matematlán hay billetes de 20, 50 y 100 matepesos, todos del mismo tamaño y textura. Un señor ciego, sabe que trae en su cartera 5 billetes, pero no recuerda de qué valor es cada billete. ¿Cuántas posibilidades hay para la combinación de billetes que puede traer? ¿Cuántas posibles cantidades podría tener de dinero?
38. En un torneo de futbol donde participan 17 equipos, se premia al primer, segundo y tercer lugar con medallas de oro, plata y bronce respectivamente. Además, los 4 equipos en el último lugar descienden a la categoría inferior de la liga. ¿De cuántas formas distintas pueden resultar los ganadores de las medallas y los equipos que descienden a la liga inferior?
39. Se tienen 5 bolas de billar, marcadas con los números 1, 2, 3, 4 y 5, y cuatro pelotas marcadas con las letras A, B, C y D. ¿De cuántas formas se pueden poner en una fila si
- Pueden estar en cualquier orden?
 - Las cuatro pelotas deben estar todas juntas?
 - Las bolas y las pelotas deben estar alternadas?
 - Las bolas de billar con los números 3 y 4 no deben estar juntas?
40. ¿Cuántos números de 4 cifras tienen 2 cifras pares y 2 cifras impares?

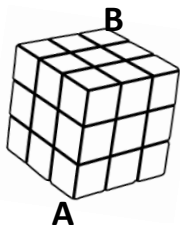
Espera que veamos el tema siguiente contar caminos

41. A continuación se presenta el mapa del laberinto del Rey Drini, donde las líneas representan pasadizos secretos y los puntos representan calabozos. ¿De cuántas formas puede el carcelero Antonio ir del calabozo A al calabozo B si no puede pasar dos veces por el mismo calabozo?



42. Una abeja tiene que atravesar el panal que se muestra en la siguiente figura, para ir de la celda A a la celda B. Si en cada brinco puede moverse una casilla hacia arriba, hacia abajo, o una casilla vecina de la derecha, pero no puede retroceder a una casilla que está a su izquierda, ni pasar dos veces por la misma casilla ¿de cuántas maneras puede hacer el recorrido?

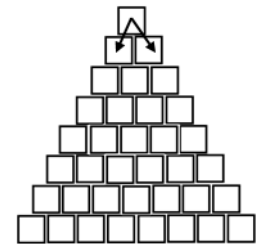
43. En una cuadrícula de 4 por 6, sea A el vértice inferior izquierdo y B el vértice superior derecho. ¿De cuántas formas se puede llegar de A hacia B pasando sólo por las líneas de la cuadrícula y sólo avanzado hacia la derecha o hacia arriba?



44. Resolver el problema anterior para una cuadrícula de n por m cuadrillos. Trata de resolverlo usando la fórmula de combinaciones.

45. Dentro de un cubo de alambre de dimensiones 3 por 3 por 3, se colocan alambres dividiendo al cubo en cubitos de dimensiones 1 por 1 por 1. Llámese A al vértice inferior izquierdo de la cara anterior del cubo grande y sea B su vértice opuesto. ¿Cuántos caminos diferentes llegan de A hacia B pasando por los alambres, si sólo se puede avanzar hacia la derecha, arriba y hacia atrás?

46. Tenemos una figura formada por cajas como la siguiente. Inicialmente, se está en la caja de hasta arriba, y en cada paso podemos movernos a alguna de las dos cajas adyacentes por abajo a la caja en la que estamos. ¿De cuántas formas podemos llegar al piso de hasta abajo?



47. En la misma figura anterior, con las mismas reglas para moverse, ¿de cuántas formas se puede llegar al cuarto cuadrillo de la fila más inferior?

48. En la misma figura anterior, ahora de un cuadrillo podemos movernos hacia las dos cajas inferiores adyacentes y también hacia los lados, cumpliendo que no pasaremos 2 veces por la misma caja. ¿De cuántas formas podemos llegar al piso de abajo? ¿De cuántas formas podemos llegar al cuarto cuadrillo del piso más inferior?

Espera que veamos el tema siguiente – Diagrama de Venn, Principio de inclusión exclusión

49. En un instituto de investigación científica trabajan 67 personas. De éstas, 47 conocen el inglés, 35 el alemán y 23 ambos idiomas. ¿Cuántas personas en el instituto no conocen el inglés ni el alemán?
50. En un grupo de niños que estudian inglés, francés o ambos idiomas, pasa lo siguiente: Todos los niños estudian al menos un idioma, la mitad de los niños estudia inglés, exactamente 10 niños estudian los 2 idiomas y dos tercios de los niños estudia francés. ¿Cuántos niños hay en total en el grupo?
51. En un salón se hace una pequeña encuesta para determinar la preferencia de los estudiantes respecto a los refrescos de cola. Tres cuartos de los encuestados dijeron que les gusta el refresco normal, a tres quintos les gusta la versión de dieta y a un sexto no le gusta ninguno. ¿A qué porción de los encuestados le gusta tanto la versión normal como la de dieta?
52. Una mesera toma una orden de tacos, de los cuales 18 deberán tener cebolla, 23 picante y 29 cilantro. Además anotó que 9 sólo llevaban cilantro y picante, 3 sólo picante, 8 sólo cilantro y 5 los tres ingredientes. ¿Cuántos tacos llevan sólo cebolla y picante? ¿Cuántos tacos llevan cebolla y cilantro? ¿Cuántos tacos llevan sólo cebolla?
53. En una clase de 52 estudiantes, 30 practican nado, 35 futbol y 42 basquetbol. ¿Cuál es el mínimo número posible de estudiantes que practican los tres deportes?
54. Consideremos los números del 1 al 99. ¿Cuántos múltiplos de 3 hay? ¿Cuántos múltiplos de 5 hay? ¿Cuántos números que no son ni múltiplos de 3 ni múltiplos de 5 hay?
55. ¿Cuántos números menores a 10,000 no son múltiplos de 2, ni de 3 ni de 5?
56. En cierta escuela hay 100 alumnos. De ellos 50 saben inglés, 30 saben alemán y 30 saben francés. Además 10 saben inglés y francés, 14 saben francés y alemán, 11 saben inglés y alemán, y 6 saben los tres idiomas. Determinar cuántos no saben ninguno de los 3 idiomas.
57. El responsable de una clase dio los siguientes datos sobre sus alumnos: “En la clase estudian 45 alumnos, de los cuales 25 son varones. 30 alumnos tienen calificación de diez, entre ellos 16 varones. 28 alumnos practican el deporte, habiendo entre ellos 18 varones y 17 alumnos que tienen calificación de diez. 15 niños tienen calificación de diez y al mismo tiempo practican deportes”. ¿Puede ser esta información verdadera? Justifica tu respuesta.