

## Intensivo XI

- 1) Demuestra que  $n+1 \mid n^{2r} + n^{2s-1}$  para toda pareja de enteros positivos  $r, s$
- 2) A Toño le gustan las listas no crecientes de enteros positivos con a lo más  $M$  números, cada uno de los cuáles es a lo más  $N$ .  
A Flavio le gustan las listas no decrecientes de enteros positivos con a lo más  $N$  números, cada uno de los cuáles es a lo más  $M$ .  
Demuestra que la cantidad de listas que le gusta a Flavio es igual a la cantidad de listas que le gustan a Toño.
- 3) (OMCC 2017/4) Sea  $ABC$  un triángulo rectángulo con ángulo recto en  $B$ . Sea  $B'$  la reflexión de  $B$  respecto a la recta  $AC$  y  $M$  el punto medio de  $AC$ . Se prolonga  $BM$  más allá de  $M$  hasta un punto  $D$  de modo que  $BD = AC$ . Demuestra que  $B'C$  es la bisectriz del ángulo  $MB'D$
- 4) (Regional Occidente OMM 2017/5) Determina todas las soluciones reales  $(x, y)$  del siguiente sistema de ecuaciones.

$$x+y^2=y^3$$

$$y+x^2=x^3$$