# Intensivo VIII

## Problemas de geometría

1) Teorema de miquel: Sea ABC un triángulo, sean D, E, F puntos sobre BC, CA, AB respectivamente. Demuestra que los círcuncírculos de AFE, BFD, CDE se intersectan en un mismo punto. (Hint: Mira el punto de intersección de dos de esos círculos y muestra que pertenece al tercer círculo)
2) Sean A, B, C, D puntos en un círculo en ese orden. Si el triángulo ABC es equilátero muestra que BD = AD + CD (Hint: Extiende CD por D y marca el punto E tal que EC = BD. Demuestra que BD = ED)
3) Sea BDEC un cuadrilátero cíclico inscrito en una circunferencia w. BC es diámetro de w. BD y CE se intersecan en A. BC = sqrt(901), BD = 1, DA = 16. Encuentra EC
4) Sea ABC tres punto en un círculo, sea D un punto en el círculo de forma que AD es perpendicular a BC y E un punto en el círculo de forma que DE || BC. Muestra que EAC + ABC = 90°
5) Dados los puntos $B_2$ y $C_2$ en las alturas $BB_1$ y $CC_1$ del triángulo ABC de forma que $AB_2C = AC_2B = 90°$, demuestra que $AB_2 = AC_2$
6) Dado un semicírculo de diámetro AB y centro O, hay un punto P en AB y dos puntos D, E en el semicírculo de forma que PDO = EDO; DEO = OEB y DP es perpendicular a AB. Encuentra DOP.
7) Sea ABC un triángulo con circuncírculo w. Sea I el punto de intersección de las bisectrices. AI corta de nueva a w en M. Demuestra que MB = MI = MC.
8) Los puntos A, B, P, Q, C, D están en una línea en ese orden. El semicírculo con diámetro AC tiene centro P, y el semicírculo con diámetro BD tiene centro Q. Los semicírculos se intersecan en R. Si PRQ = 40° encuentra ARD.
9) (Teorema de la cuerda rota de Arquímedes) Sea A, P, B tres puntos en un círculo en ese orden de forma que AP = PB. Sea C un punto en el círculo entre P y B tal que C y A están en diferentes lados de la linea PB. Sea M un punto en AC tal que PM es perpendicular a AC. Demuestra que AM = MC + CB (Hint: Construye el punto C’ en AC tal que C’M = MC. Ahora demuestra que AC’ = CB)
10) En un triángulo ABC ABC = 120°, BAC = 40°. La linea AB se extiende por B hasta el punto D de forma que AD = BC + 2AB. Encuentra DCA (Hint: Sea M tal que DM = AB)
11) Sea ABC un triángulo acutángulo con BAC = 60° y AB > AC. Sea I el incentro, H el ortocentro del triángulo ABC. Demuestra que 2AHI = 3ABC.
12) Sea ABC un triángulo con BAC != 90°. Sea O el circuncentro de ABC y w el circuncírculo de BOC. w interseca al segmento AB en P diferente de B y al segmento AC en Q diferente de C. Sea ON el diámetro de w. Demuestra que APNQ es un paralelogramo.