

# Intensivo V

## Resultados importantes en Geometría

- 1) Demuestre que 2 medianas se cortan en razón 2:1
- 2) Demuestre que las 3 medianas de un triángulo concurren.
- 3) Sean A y B dos puntos, sea P un punto. Demuestra que P está en la mediatriz de A y B si y sólo si P equidista de A y B.
- 4) Demuestra que las tres mediatrices de un triángulo concurren (Circuncentro)
- 5) Sean l y m dos rectas, sea P un punto. Demuestra que P está en la bisectriz de l, m si y sólo si P equidista de l y m.
- 6) Demuestra que las tres bisectrices de un triángulo concurren (Incentro)
- 7) Sea ABC un triángulo, sea P un punto, demuestra que P está en la altura por B si y sólo si  $AB^2 - BC^2 = AP^2 - PC^2$
- 8) Demuestra que las tres alturas del triángulo concurren (Ortocentro).
- 9) Sea ABC un triángulo, sea P un punto, demuestra que P está en la mediana por B si y sólo si  $|BAP| = |BCP|$
- 10) Demuestra que las 3 medianas de un triángulo concurren usando 9) (Gravicentro)
- 11) Demuestra que el circuncentro es el centro del circuncírculo
- 12) Demuestra que el incentro es el centro del incírculo
- 13) Demuestra que las tres medianas dividen al triángulo en 6 triángulos de igual área.
- 14) Sea ABC un triángulo con circuncentro O, ¿Cuánto mide BOC en términos de BAC?
- 15) Sea ABC un triángulo con incentro I, ¿Cuánto mide BIC en términos de BAC?
- 16) Sea ABC un triángulo con ortocentro H, ¿Cuánto mide BHC en términos de BAC?
- 17) Sea ABC un triángulo con circunradio R, demuestra que  $BC/\text{sen}(CAB) = 2R$ . (Hint: Sea X el punto diametralmente opuesto de B, fíjate en el triángulo BXC)
- 18) Demuestra la ley de senos: Sea ABC un triángulo con circunradio R, entonces  $AB/\text{sen}(BCA) = BC/\text{sen}(CAB) = CA/\text{sen}(ABC) = 2R$
- 19) Sea ABC un triángulo con  $AB = c$ ,  $BC = a$ ,  $CA = b$ ,  $CAB = \alpha$ , circunradio R e inradio r. Demuestra que  $|ABC| =$ 
  - a)  $bc \text{sen}(\alpha) / 2$
  - b)  $abc / (4R)$
  - c)  $r(a+b+c)/2$