

Intensivo IX

- 1) Si $x^2 + y^2 = 1$. $x + y = 3$ encuentra $x^3 + y^3$
- 2) [MAΘ 1990] Si $a^3 - b^3 = 24$ y $a - b = 2$, entonces encuentra todos los posibles valores de $a + b$.
- 3) Se escribe un entero positivo en cada cara de un cubo. A cada vértice se le asigna el producto de los números en las tres caras que lo componen. La suma de los números en los vértices es 1001. Encuentra la suma de los números escritos en las caras.
- 4) Dado n , $p(n)$ es el producto de sus dígitos diferentes de 0. Si n sólo tiene un dígito diferente de 0 $p(n)$ es ese dígito. Encuentra el factor primo más grande de $p(1) + p(2) + p(3) + \dots + p(999)$
- 5) m y n son enteros tales que $m^2 + 3m^2n^2 = 30n^2 + 517$. Encuentra el valor de $3m^2n^2$
- 6) Demuestra que $(x^2 + y^2)/2 \geq xy$
- 7) Demuestra que $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz$ (hint: expresa como suma de cuadrados)
- 8) Demuestra que si $0 < a < b < 1$ entonces
- 9) Demuestra que si x es un entero positivo, entonces $4x^2 - 3x + 10$ no es un cuadrado. (Hint: demuestra que está entre dos cuadrados consecutivos)
- 10) [AMC 12 2007] ¿Cuántos triángulos rectángulos diferentes con catetos de longitudes enteras tienen áreas que son numéricamente iguales a 3 veces su perímetro? (2 triángulos rectángulos congruentes se consideran iguales)
- 11) (OMM 2016) Sea x tal que $9^x = a$, $12^x = b$ y $16^x = a + b$. Calcula b/a