

Intensivo III

Problemas de divisibilidad.

- 1) Sea $1, 4, \dots$ y $9, 16, \dots$ dos progresiones aritméticas. El conjunto S es la unión de los primeros 2004 términos de cada secuencia. ¿Cuántos números distintos hay en S ?
- 2) Calcule el producto de todos los divisores positivos menores que 100, que tengan exactamente tres divisores positivos. Compruebe que dicho número es un cuadrado perfecto.
- 3) Encuentra el mayor entero positivo n para el que $n^3 + 100$ es divisible entre $n+10$.
- 4) Demuestra que la fracción $(12n+1)/(30n+2)$ es irreducible.
- 5) Dada una secuencia estrictamente creciente de 6 enteros positivos de forma que cada uno (Excepto el primero) es múltiplo del anterior. La suma de los enteros es 79, encuentra el número más grande en la secuencia.
- 6) Encuentre todos los números primos que son tanto suma de dos primos como diferencia de dos primos
- 7) Sea n la suma de las cifras de 5555^{5555} , se m la suma de las cifras de m , sea r la suma de las cifras de n . Encuentre r . (Hint: ¿Qué tan grande pueden ser?)
- 8) Encuentre todos los triángulos rectángulos con un cateto e hipotenusa enteros sabiendo que el otro cateto mide la raíz cuadrada de 1998
- 9) Pruebe que producto de n números consecutivos es múltiplo de $n!$
- 10) Sea $n=2^{31}3^{19}$ ¿cuántos divisores positivos de n^2 son menores que n y no divide a n ?
- 11) Demuestre que todo número tiene un múltiplo en cuya representación decimal aparecen los diez dígitos.