

# Intensivo I

## Bienvenida a Geometría.

- 1) Demuestra que el ángulo exterior es la suma de los otros dos ángulos interiores.
- 2) Demuestra que las siguientes proposiciones son equivalentes. (Se cumplen todas o ninguna se cumple)
  - a) ABCD es un paralelogramo
  - b)  $AB \parallel CD$  y  $A = C$
  - c)  $AB \parallel CD$  y  $AB = CD$
  - d)  $AB = CD$  y  $BC = AD$
  - e)  $A = C$  y  $B = D$
  - f) Diagonales se cortan en el punto medio
- 3) Prueba que los puntos medios de cualquier cuadrilátero forman un paralelogramo. ¿Para que cuadriláteros el paralelogramo es un rectángulo, un rombo, un cuadrado?
- 4) Un trapecio es cíclico ¿Qué trapecio es?
- 5) Un paralelogramo es cíclico ¿Qué paralelogramo es?
- 6) Sea ABCD un cuadrilátero cíclico, se E un punto en la extensión de AB del lado del B. Demuestra que  $EBC = CDA$
- 7) Las alturas AD y BE del triángulo ABC se cortan en P, demuestra que AEDB es un cuadrilátero cíclico.
- 8) Sea ABC tres puntos en una circunferencia, demuestra que AC es diámetro  $\Leftrightarrow$  B es de  $90^\circ$
- 9) (Teorema del payaso) Sea  $\omega$  una circunferencia y P un punto afuera de ella, se trazan las tangentes PA y PB a  $\omega$ , demuestra que  $PA = PB$ . (Hint: radio y tangente son perpendiculares)
- 10) Sea ABC un triángulo rectángulo con ángulo recto en B, BD es altura. Demuestra que  $BD^2 = AH \cdot HC$
- 11) Sea P un punto fuera del círculo  $\omega$ . Sea PC una tangente a  $\omega$ , y que una línea por P corte a  $\omega$  en A, B. Demuestra que  $PC^2 = PA \cdot PB$
- 12) En el triángulo ABC los puntos D, E, F están en los lados BC, CA y AB respectivamente,  $AFE = BFD$ ,  $BDF = CDE$ ,  $CED = AEF$ . Muestra que  $BDF = BAC$ .
- 13) Calcule el seno de:
  - a)  $0^\circ$
  - b)  $30^\circ$
  - c)  $45^\circ$
  - d)  $60^\circ$
  - e)  $90^\circ$
- 14) Sea ABCD un cuadrado de lado 1. Se construye E un punto fuera del cuadrado de forma que el triángulo AEB es equilátero. ¿Cuánto mide el radio del círculo que pasa por los puntos CED? (Hint: Construye el punto F dentro del cuadrado de forma que CFD es equilátero)