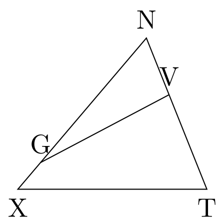
Geometría. Taller 3

18 de Abril 2018

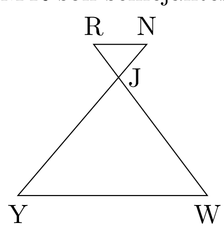
Semejanzas

Problemas

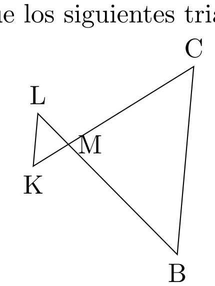
Problema 1. Dado que $\angle T = \angle NGV$ Demostrar que los triángulos NGV, NTX son semejantes ($\triangle NGV \sim \triangle NTX$).



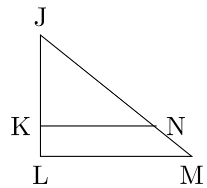
Problema 2. Dado que $\angle R = \angle W$. Demostrar que los triángulos $\triangle JYW \sim \triangle JMR$ son semejantes.



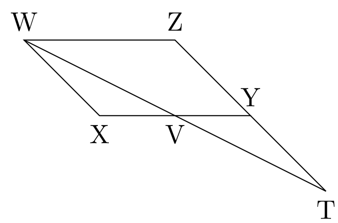
Problema 3. Dado que los segmentos LK, CB son paralelos ($LK \parallel CB$).Demostrar que los siguientes triángulos son semejantes: $\triangle LKM \sim \triangle BCM$



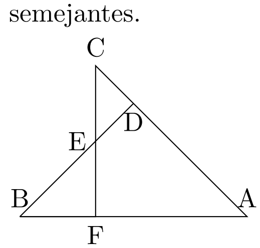
Problema 4. En la figura abajo tenemos que $NK \perp JL$; $ML \perp JL$, $\overline{NK} = 4$, $\overline{ML} = 6, \overline{JM} = 15$,¿Cuál es el valor de $\overline{JN}$?



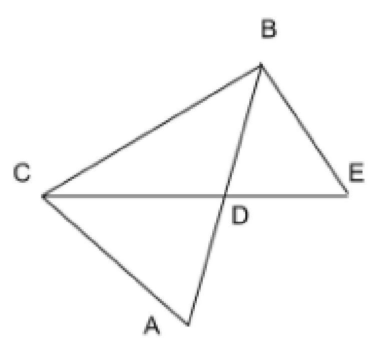
Problema 5. Si $\overline{WZ} = \overline{XY}$, $\overline{WX} = \overline{ZY}$ y sea V un punto en el segmento XY y T la intersección de la recta WV y ZY. Prueba que los triángulos $\triangle WTZ \sim \triangle VWX$.



Problema 6. Sabemos que los segmentos AB y CF son perpendiculares entre sí $AB \perp CF$, y también $BD \perp CA$. Prueba que los triángulos FBE y DCE son semejantes.

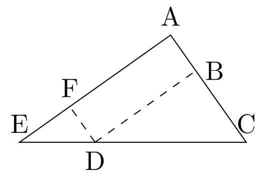


Problema 7. CD bisectriz del ángulo $\angle ACB$ y los ángulos congruentes $\angle ABE \cong \angle ACD$. Demostrar que $AD \cdot BC = CD \cdot BE$.



Problema 8. Calcula las medidas de los segmentos $x = \overline{FD} = \overline{AB}, y = \overline{FA} =$

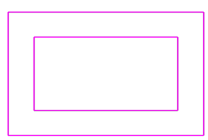
$\overline{DB}, z = \overline{BC}$ en la siguiente figura, si $\overline{EF} = 2, \overline{ED} = 4$ y $\overline{DC} = 6$. ¿Cuántas soluciones hay?



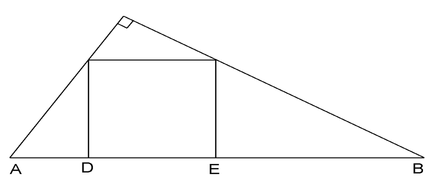
Problema 9. Demuestre que el segmento entre los puntos medios de dos lados de un triángulo mide la mitad de la longitud del tercer lado y es paralelo a ese lado.

Problema 10. Sea ABC un triángulo con alturas AD y BE. AD y BE se intersectan en H. Sea F el punto medio de AH, G el punto medio de AB y K el punto medio de BC. Demuestra que el ángulo FGK es recto.

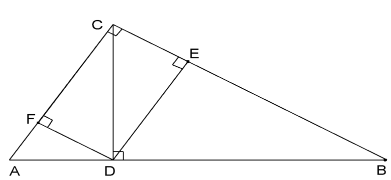
Problema 11. La distancia entre los lados de los dos rectángulos que se muestran es la misma, ¿son semejantes?



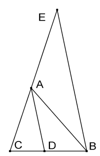
Problema 12. A continuación está el triángulo ABC, con un cuadrado inscrito en él; uno de sus lados es DE. Además el ángulo$\angle C$ es recto. Demuestra que $\overline{DE} = \sqrt[2]{AD \cdot EB}$.



Problema 13. En la siguiente figura se cumple que: $CD \perp AB$, $FD \perp AC$, $DE \perp BC$ y $AC \perp BC$. Demuestra que el área del rectángulo $FDEC$ es $\sqrt[2]{\overline{AF} \cdot \overline{FC} \cdot \overline{CE} \cdot \overline{EB}}$



Problema 14. Considera el triángulo ABC y AD la bisectriz del ángulo A. Demuestra que $\frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{CD}}{\overline{DB}}$. Sugerencia: Traza la recta l paralela a AD que pase por B. Forma el triángulo $\triangle CBE$, sonde E es la intersección de l con CA.

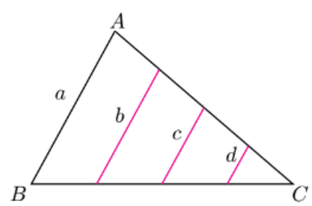


Problema 15. En el $\triangle ABC$ consideramos los puntos D, E sobre BC, AB respectivamente tales que $AD \perp BC$ y $CE \perp AB$. Demostrar que $\overline{CE} \cdot \overline{AB} = \overline{AD} \cdot \overline{BC}$.

Problema 16. 16) Si en el $\triangle ABC$, CD es la bisectriz del $\angle ACB$ y tomamos un punto E sobre CD en el exterior de $\triangle ABC$ talque $\angle ABE \cong \angle ACD$, demostrar que $\triangle ACD \sim \triangle EBD$ y que $\triangle ADC \sim \triangle BEC$.

Problema 17. Considera los segmentos $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ tales que se cortan en un punto E tal que $\overline{CE} \cdot \overline{EB} = \overline{ED} \cdot \overline{AE}$, demostrar que los segmentos AC y BD que unen sus extremos, son paralelos.

Problema 1.16 *En la siguiente figura los segmentos a, b, c y d son paralelos y dividen al lado BC en 4 segmentos iguales. Si $a = 10$, encuentra la suma $a + b + c + d$.*



Problema 1.17 *Sea $ABCD$ un paralelogramo en el que L y M son puntos medios de AB y CD, respectivamente. Demuestra que los segmentos LC y AM dividen la diagonal BD en tres segmentos iguales.*

Problema 1.18 *Demuestra que las diagonales en un paralelogramo se cortan en su punto medio.*

Problema 1.19 *Sea AM la mediana trazada hacia el lado BC de un triángulo $\triangle ABC$. Prolongamos AM más allá del punto M y tomamos un punto N de tal manera que AN es el doble de AM. Demuestra que el cuadrilátero $ABNC$ es un paralelogramo.*

Problema 18.

Problema 19. (Teorema de Varignon) (El favorito de Tzoali xD) Demuestra que los puntos medios de los lados de un cuadrilátero forman un paralelogramo.

a) Demuestra que el perímetro del paralelogramo es igual a la suma de las diagonales

b) Demuestra que el área del paralelogramos es la mitad del área del cuadrilátero.

Problema 1.24 *Demuestra que la recta que une los puntos medios de los lados paralelos de un trapecio pasa por el punto de intersección de las diagonales.*

Problema 1.25 *En un triángulo $\triangle ABC$, sobre el lado BC se toma un punto D de tal manera que $\measuredangle BAD = \measuredangle ACB$. Demuestra que $(AB)^2 = BD \cdot BC$.*

Problema 1.26 *En un triángulo $\triangle ABC$, la altura CE es extendida hasta G de tal manera que $EG = AF$, donde AF es la altura trazada hacia BC. Una línea a través de G y paralela a AB intersecta CB en H. Demuestra que $HB = AB$.*

Problema 1.27 *Dos circunferencias se intersectan en los puntos A y B. Por el punto A se han trazado los segmentos AC y AD, cada uno de los cuales, siendo cuerda de una circunferencia, es tangente a la segunda circunferencia. Demuestra que $AC^2 \cdot BD = AD^2 \cdot BC$.*

Problema 1.28 *En un trapecio $ABCD$ (AB paralelo a DC) sea $AB = a$ y $DC = b$. Sean M, N, P y Q los puntos medios de AD, BD, AC y BC, respectivamente. Demuestra que*

(a) $MQ = \frac{a+b}{2}$

(b) $NP = \frac{|a-b|}{2}$

Problema 20.

Problema 21. Considera un triángulo $\triangle ABC$ y los puntos D sobre el segmento $\overline{AB}$ y E sobre la recta AC tales que la intersección de $\overline{BC}$ y $\overline{ED}$ está dentro del ángulo $\angle EAB$, y forman los ángulos iguales $\angle BCE$ y $\angle EDB$. Demuestra que $\triangle AED \sim \triangle ABC$.